

第5回日本天文学オリンピック 本選

理論試験 解答例

日本天文学オリンピック委員会

第1問

問1

- (1) 太陽風とは、太陽のコロナ層から惑星間空間に流出する高速のプラズマの流れである。
- (2) 種族 II とは、宇宙の初期に誕生した金属量が少なく古い恒星のことであり、銀河のハローやバルジで主に球状星団を構成する。
- (3) 宇宙マイクロ波背景放射とは、宇宙の晴れ上がりによって光が直進できるようになった時点から届く、現在の宇宙を満たす黒体放射である。

問2

- (1) 年周視差 $p[\text{arcsec}]$ と距離 $d[\text{pc}]$ の間には $p = 1/d$ の関係が成り立つため、 $p = 0.020 \times 10^{-3} \text{ arcsec}$ として、求める距離は

$$\frac{1}{0.020 \times 10^{-3}} \text{ pc} = 5.0 \times 10^4 \text{ pc}$$

- (2) 分光観測よりスペクトル線の視線速度の時間変化を調べ、各星の視線速度が逆位相で周期的に青方偏移・赤方偏移を繰り返していれば、連星の可能性が高い。
- (3)
 - (3-1) 1 arcmin^2 を 1 sr に変換すると、

$$1 \text{ arcmin}^2 = \left(\frac{2\pi}{360 \times 60} \right)^2 \text{ sr}$$

となるため、

$$\begin{aligned} p &= \frac{\pi \times (12 \text{ arcmin})^2}{4\pi \text{ sr}} \times \left(\frac{2\pi}{360 \times 60} \right)^2 \frac{\text{sr}}{\text{arcmin}^2} \\ &= 3.04 \dots \times 10^{-6} \\ &\simeq 3.0 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

となる。

(3-2) 全天における恒星のペア数 N_{pair} は、全天の恒星の総数 $N_{\text{star}} = 9 \times 10^3$ を用いて、

$$\begin{aligned} N_{\text{pair}} &= N_{\text{star}} C_2 \\ &= \frac{N_{\text{star}} (N_{\text{star}} - 1)}{2!} \end{aligned}$$

となる。ペアのうち、見かけの二重星となる確率は (3-1) で求めた p であるため、

$$\begin{aligned} N_{\text{dual}} &= N_{\text{pair}} \times p \\ &= \frac{N_{\text{star}} (N_{\text{star}} - 1)}{2!} \times (3.04 \dots \times 10^{-6}) \\ &= 1.2 \dots \times 10^2 \\ &\simeq 1 \times 10^2 \end{aligned}$$

(4) 問題文中図 1-1 より、恒星同士の角距離 12 arcmin までの累積個数は 4.9×10^2 個となるため、

$$\frac{4.9 \times 10^2}{1.2 \dots \times 10^2} = 4.0 \dots \simeq 4 \text{ 倍}$$

(5) 銀河面と銀河面以外とで N_{dual} を同様に評価し足し合わせることで、

$$\begin{aligned} N_{\text{dual}} &= \frac{0.6 N_{\text{star}} (0.6 N_{\text{star}} - 1)}{2!} \times \frac{\pi \times 12^2}{0.2 \times 4\pi} \left(\frac{2\pi}{360 \times 60} \right)^2 \\ &\quad + \frac{0.4 N_{\text{star}} (0.4 N_{\text{star}} - 1)}{2!} \times \frac{\pi \times 12^2}{0.8 \times 4\pi} \left(\frac{2\pi}{360 \times 60} \right)^2 \\ &= 2.4 \dots \times 10^2 \\ &\simeq 2 \times 10^2 \text{ 個} \end{aligned}$$

問 3

(1) A をアルベド、 D を直径として、

$$\frac{l}{l_{\odot}} = \frac{A \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 \text{ km}^2}{\pi (1 \text{ au})^2}$$

と表せる。

太陽の見かけの等級は -27 mag であり、求める天体の等級は 22 mag であるから、

$$\frac{l}{l_{\odot}} \simeq \frac{1}{4.0 \times 10^{19}}$$

なので、 A に 0.13 を代入して計算し、求める D は、およそ $1.3 \times 10^2 \text{ m}$ となる。

(2)

(2-1) ③

(2-2) ④

(2-3) ウ: $-\omega$ エ: $\pi - \omega$

(2-4)

a: いえる

根拠: 軌道交差距離

$$\min \left(\left| \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \omega} - 1 \right|, \left| \frac{a(1-e^2)}{1-e \cos \omega} - 1 \right| \right)$$

を計算すると、0.0373 au で、0.05 au 未満であり、かつ、直径が 1.3×10^2 m より大きいので、PHA の定義を満たしているといえるため。

b: いえない

根拠: 直径が 1.3×10^2 m 以下であり、PHA の定義を満たしていないといえるため。

(3)

(3-1)

$$\min \left(\left| \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \omega} - 1 \right|, \left| \frac{a(1-e^2)}{1-e \cos \omega} - 1 \right| \right)$$

をそれぞれについて計算し、

c: 1.93×10^{-3} au

d: 1.66×10^{-4} au

e: 2.01×10^{-3} au

(3-2) 天体の軌道を確定するためには、天体の**位置**だけでなく**速度**も求める必要があり、軌道は6つの**自由度**をもつ。1回の観測で分かるのは、天体の天球上の位置だけであり、天体までの**距離**や運動の変化は決定できない。また、**観測の精度**にも限界があるので、少ない観測点で軌道を決定することは難しく、長期間にわたって位置の変化を観測することで速度や距離の誤差を考慮した軌道を確定する必要があるため。

(3-3) ④

根拠: 地球への衝突リスクがある状態は、天体の軌道が確定しておらず、通過しうる空間領域に地球が含まれている状態であり、観測期間が延びるにつれ、天体の軌道は確定されていき、通過しうる空間領域は減っていく。その過程で地球がその領域に含まれている場合には、衝突の可能性が相対的に高く評価されるため衝突確率は一時的に上昇する。しかし、軌道がさらに確定して地球がその領域から外れると、衝突の可能性がなくなり、衝突確率は急激に0になる。

問4

(1) 宇宙の膨張が減速から加速へと切り替わる瞬間は、加速度が $\ddot{a} = 0$ となるときであるため、

$$\Omega_m a_{\text{tr}}^{-3} - 2\Omega_\Lambda = 0$$

を解いて、

$$a_{\text{tr}} = \left(\frac{\Omega_m}{2\Omega_\Lambda} \right)^{1/3}$$

となる。また、これに現在の観測値を代入することで、

$$a_{\text{tr}} \doteq 0.60$$

と求まる。

- (2) 赤方偏移 z とスケール因子 a の間には, $1 + z = 1/a$ の関係が成り立つため,

$$z_{\text{tr}} = \frac{1}{0.60} - 1 \doteq 0.67$$

- (3) 銀河形成のピークである $z \doteq 2$ は, 膨張が加速に転じた時期よりも過去である。
 $a < a_{\text{tr}}$ の範囲では, 問題で与えられた方程式の第 1 項が第 2 項よりも支配的になり
 $\ddot{a} < 0$ となることから, 宇宙が減速膨張の過程にあったことが分かる。

- (4) 物質優勢期においては $a \ll 1$ であることからダークエネルギー項の影響を無視できるため, 方程式は

$$\frac{\ddot{a}}{a} \propto a^{-3}$$

と近似できる。 $a(t) = Ct^\alpha$ (C は定数) を代入して整理し, 指数を比較することで,
 $\alpha = \frac{2}{3}$ を得る。

第2問

問1

- (1) 恒星の光度 L , 半径 R , 有効放射温度 T_{eff} には

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

の関係があるから,

$$R = \left(\frac{L_S}{L_{\odot}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}} \right)^{-2} R_{\odot} \doteq 0.78 R_{\odot}.$$

- (2) 質量光度関係 $L \propto M^4$ の仮定のもとで

$$M_S = \left(\frac{L_S}{L_{\odot}} \right)^{1/4} M_{\odot} \doteq 0.764 M_{\odot}$$

ケプラーの第3法則より,

$$GM = a^3 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$$
$$a = \left(\frac{M_S}{M_{\odot}} \right)^{1/3} \left(\frac{3.0 \text{ d}}{365 \text{ d}} \right)^{2/3} \text{ au} \doteq 0.037 \text{ au}.$$

- (3) トランジット時の明るさはトランジット前の $1 - (R_P/R_S)^2 = 1 - k^2$ 倍になるから,

$$\Delta = -2.5 \log_{10}(1 - k^2).$$

問2

- (1)

(1-1) F_0

(1-2) $0.002F_0$

(1-3) $0.003F_0$

- (2) 図より, トランジット時とトランジット直前のフラックスの差は

$$\Delta F = 1.002F_0 - 0.975F_0 = 0.027F_0$$

であり, これが k^2F_0 に等しいので

$$k^2 = \sqrt{0.027} = 0.16$$

$$R_P = kR_S \doteq 8.69 \times 10^7 \text{ m} \doteq 1.2R_J.$$

問 3

- (1) 反射光成分の上限を見積もるために、惑星が受け取る主星による放射をすべて πR_P に反射する状況を仮定する。このとき、距離 D の地球で観測される反射光のフラックスは

$$F_{\text{ref}} = \frac{L_S}{4\pi a^2} \times \pi R_P^2 \times \frac{1}{\pi D^2}$$

であるから、 $F_0 = F_S = L_S/(4\pi D^2)$ を単位として表せば

$$F_{\text{ref}} = \left(\frac{R_P}{a}\right)^2 F_0 = 2 \times 10^{-4} F_0.$$

- (2) ウィーンの変位則のために、恒星と比べ温度が低い惑星の黒体放射のスペクトルは恒星よりも長波長側に偏るため。

(3)

- (3-1) 距離 D の地球で観測される惑星放射と恒星放射のフラックスは、波長幅を $\Delta\lambda$ として

$$F_P(\lambda) = \pi B_\lambda(\lambda, T_P) \Delta\lambda \left(\frac{R_P}{D}\right)^2$$

$$F_S(\lambda) = \pi B_\lambda(\lambda, T_{\text{eff}}) \Delta\lambda \left(\frac{R_S}{D}\right)^2$$

と表せるから、

$$\frac{F_P(\lambda)}{F_S(\lambda)} = \frac{B_\lambda(\lambda, T_P)}{B_\lambda(\lambda, T_{\text{eff}})} \left(\frac{R_P}{R_S}\right)^2 = \frac{e^{hc/(\lambda k_B T_{\text{eff}})} - 1}{e^{hc/(\lambda k_B T_P)} - 1} \times k^2.$$

- (3-2) したがって、 $\lambda = 8 \mu\text{m}$ として

$$T_{\text{day}} = \frac{hc}{\lambda k_B} \left[\log \left(1 + \frac{k^2}{0.003} \left(e^{hc/(\lambda k_B T_{\text{eff}})} - 1 \right) \right) \right]^{-1} \doteq 1.1 \times 10^3 \text{ K}$$

$$T_{\text{night}} = \frac{hc}{\lambda k_B} \left[\log \left(1 + \frac{k^2}{0.002} \left(e^{hc/(\lambda k_B T_{\text{eff}})} - 1 \right) \right) \right]^{-1} \doteq 9.4 \times 10^2 \text{ K}.$$

- (4) アルベドを $A = 0.3$ と仮定するとき、放射平衡温度 T_{eq} は

$$\frac{4\pi R_S^2 \sigma T_{\text{eff}}^4}{4\pi a^2} \times \pi R_P^2 \times (1 - A) = 4\pi R_P^2 \sigma T_{\text{eq}}^4$$

$$T_{\text{eq}} = T_{\text{eff}} (1 - A)^{1/4} \sqrt{\frac{R_S}{2a}} \doteq 1.0 \times 10^3 \text{ K}.$$

第 3 問

問 1

(1)

$$F_g = \frac{GMm}{r^2}, \quad F_{\text{rad}} = \frac{L}{4\pi r^2} \times \frac{1}{c} \times \pi s^2 = \frac{Ls^2}{4cr^2}$$

(2)

$$\beta = \frac{F_{\text{rad}}}{F_g} = \frac{Ls^2}{4cGMm} = \frac{3L}{16\pi cGM\rho s}$$

となるため、 β は r に依存しない。

(3) 粒子が受ける正味の力 $\vec{F}_{\text{eff}}$ は、恒星から粒子の方向に向かう単位ベクトルを $\hat{r}$ として

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{eff}} &= F_{\text{rad}}\hat{r} - F_g\hat{r} \\ &= -\frac{GM(1-\beta)m}{r^2}\hat{r} \end{aligned}$$

と表せ、これは恒星の質量を $M_{\text{eff}} = M(1-\beta)$ とした重力に一致する。

(4) (2) より、 β は $\rho^{-1}s^{-1}$ に比例する。したがって、 $\beta > 1$ となるのは密度が大きく半径が小さい塵粒子である。

問 2

(1) 恒星 A の運動は、軌道長半径 R 、離心率 $e = 1$ のケプラー運動とみなせる。また、最大離隔点から重心に達するまでには周期の $1/4$ の時間が必要なので、ケプラーの第 3 法則より

$$\begin{aligned} 2GM &= R^3 \left(\frac{2\pi}{4t_{\text{star}}} \right)^2 \\ t_{\text{star}} &= \frac{\pi R^{3/2}}{2\sqrt{2GM}}. \end{aligned}$$

- (2) 恒星 A, B が x 軸上の $x = \pm r$ に位置しているとする ($0 \leq r \leq R$)。このとき, 粒子に加わる力の x 軸成分は正味で 0 となり, 力の z 軸成分の大きさは

$$F_{\text{net}} = \frac{2GM(1-\beta)m}{r^2 + H^2} \cos \theta$$

と書ける。ここで θ は粒子から恒星 A に向かう方向ベクトルと z 軸がなす角度であり, $\cos \theta = H^2/(r^2 + H^2)$ であるから,

$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= \frac{2GM(1-\beta)m}{H^2} \left(1 + \left(\frac{r}{H}\right)^2\right)^{-2} \\ &\doteq \frac{2GM(1-\beta)m}{H^2} \left(1 - 2\left(\frac{r}{H}\right)^2\right) \end{aligned}$$

したがって R/H ($> r/H$) の一次以下の項のみを残すと,

$$F_{\text{net}} = \frac{2GM(1-\beta)m}{H^2}$$

であるから, これは重心 O に質量 $2M_{\text{eff}} = 2M(1-\beta)$ の天体がある場合の引力とみなすことができる。

- (3) 塵粒子の運動は, 質量 $2M_{\text{eff}}$ の天体を軌道長半径 H , 離心率 $e = 1$ で公転するケプラー運動とみなせる。重心に落下するまでには周期の $1/4$ の時間が必要なので, ケプラーの第 3 法則より

$$\begin{aligned} 2GM_{\text{eff}} &= H^3 \left(\frac{2\pi}{4t_{\text{part}}}\right)^2 \\ t_{\text{part}} &= \frac{\pi H^{3/2}}{2\sqrt{2GM_{\text{eff}}}}. \end{aligned}$$

- (4) $t_{\text{part}} = t_{\text{star}}$ のとき

$$\begin{aligned} H^{3/2} M_{\text{eff}}^{-1/2} &= R^{3/2} M^{-1/2} \\ H &= R(1-\beta)^{1/3} \end{aligned}$$

であり, $\beta \rightarrow 1$ では H は 0 に近づく。これは, 放射圧による斥力が重力に釣り合う ($\beta = 1$) ような粒子は重心方向に落下しないことに対応している。

問 3

- (1) 恒星の光の入射方向が恒星の方向に対して傾くのは公転速度による光行差のためであるから、公転速度が c より十分小さいことを仮定すると、 $\sin \alpha \simeq \alpha \simeq v/c$ であり、

$$F_{\text{PR}} = F_{\text{rad}} \sin \alpha \simeq \frac{v F_{\text{rad}}}{c}.$$

- (2) 公転速度 $v = \sqrt{GM_{\text{eff}}/a}$ であるから

$$\frac{dL}{dt} = -F_{\text{PR}}a = -\frac{va}{c} \frac{\beta}{1-\beta} F_{\text{eff}} = -\frac{\sqrt{GM_{\text{eff}}a}}{c} \frac{\beta}{1-\beta} \frac{GM_{\text{eff}}m}{a^2}$$

$L = m\sqrt{2GM_{\text{eff}}a}$ を代入して

$$m\sqrt{2GM_{\text{eff}}} \frac{da/dt}{2\sqrt{a}} = -\frac{\sqrt{GM_{\text{eff}}a}}{c} \frac{\beta}{1-\beta} \frac{GM_{\text{eff}}m}{a^2}$$

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\sqrt{2}\beta}{1-\beta} \frac{GM_{\text{eff}}}{c} \cdot \frac{1}{a} = -\frac{\sqrt{2}\beta GM}{c} \cdot \frac{1}{a}$$

であり、 $k = \sqrt{2}\beta GM/c$ とすれば $da/dt = -k/a$ と書ける。

- (3) このとき軌道長半径は $a(t) = \sqrt{a_0^2 - 2kt}$ に従うから、恒星に落下する ($a = 0$) までにかかる時間 τ は

$$\tau = \frac{a_0^2}{2k} = \frac{a_0^2 c}{2\sqrt{2}\beta GM}.$$

特に $\beta = 0.5$, $a_0 = 1.0 \text{ au}$ のときは $\tau = 1 \times 10^3 \text{ yr}$ と求まる。

- (4) 前問の結果は太陽系の年齢 $\sim 4.6 \times 10^9 \text{ yr}$ よりも非常に短いため、供給源がない場合には現在の太陽系に塵は維持できない。考えられる供給源として、彗星の蒸発に伴い内部に閉じ込められていた塵が放出されることや、小惑星同士の衝突・破砕により塵が発生することが考えられる。

第 4 問

問 1 X 線は地球大気をほとんど透過しないため、地上では観測することが出来ない。

問 2 与えられた式より、

$$\varepsilon \propto e^{-h\nu/k_B T}$$

である。 $h\nu$ が $k_B T$ よりも十分小さい場合には、 $e^{-h\nu/k_B T}$ は

$$e^{-h\nu/k_B T} \doteq 1 - \frac{h\nu}{k_B T} \doteq 1$$

より、ほぼ定数となる。一方で $h\nu$ が $k_B T$ よりも十分大きい場合には、 $e^{-h\nu/k_B T}$ は 1 よりも十分小さくなる。よって、熱制動放射のスペクトルは $\nu = \nu_0 = k_B T/h$ 付近を境に定数的なスペクトルから指数関数的な減少を示す。

問 3

(1) 赤方偏移の定義より、この銀河団の赤方偏移 z は、

$$z = \frac{1.62 \times 10^{18} \text{ Hz}}{1.54 \times 10^{18} \text{ Hz}} - 1 = 0.051 \dots \doteq 0.05$$

である。ハッブルルメートルの法則より、ハッブル定数 H と光速 c を用いて、この銀河団までの距離は、

$$\frac{cz}{H} = \frac{3.0 \times 10^5 \text{ km s}^{-1} \times 0.051}{70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}} = 2.1 \dots \times 10^2 \text{ Mpc} \doteq 2 \times 10^2 \text{ Mpc}$$

となる。

(2)

$$R = 2.1 \dots \times 10^2 \text{ Mpc} \times \frac{\pi \times 16}{180 \times 60} \text{ rad} = 0.97 \dots \text{ Mpc} \doteq 1 \text{ Mpc}$$

(3) 熱制動放射スペクトルの折れ曲がり周波数 ν_0 と温度 T の関係は $T = h\nu_0/k_B$ となるため、

$$T = \frac{6.6 \times 10^{-27} \text{ erg s} \times 1.0 \times 10^{18} \text{ Hz}}{1.4 \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1}} = 4.7 \dots \times 10^7 \text{ K} \doteq 5 \times 10^7 \text{ K}$$

(4) 与えられた式を、視線に沿って積分する。

$$\begin{aligned} I_\nu(\nu_0) &= \frac{1}{4\pi} \int \varepsilon(n_e, T, \nu_0) \, dS = \frac{1}{2\pi} \int_0^R \varepsilon(n_e, T, \nu_0) \, dr \\ &= \frac{6.3 \times 10^{-48}}{2\pi} \left(\frac{n_0}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \right)^2 \left(\frac{k_B T}{1.6 \times 10^{-8} \text{ erg}} \right)^{-1/2} e^{-1} \\ &\quad \times \left\{ \int_0^{r_0} dr + \int_{r_0}^R \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-4} dr \right\} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-3} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1} \end{aligned}$$

ここで,

$$\int_0^{r_0} dr + \int_{r_0}^R \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-4} dr = \frac{4}{3}r_0 - \frac{1}{3}\left(\frac{R}{r_0}\right)^{-3} r_0$$

となり, $R/r_0 \doteq 0.1$ であることを踏まえれば, 第二項は有効数字 1 桁の範囲では十分無視できるため,

$$\frac{n_0}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} = \sqrt{\frac{3e\pi}{2 \times 6.3 \times 10^{-48}} \left(\frac{k_B T}{1.6 \times 10^{-8} \text{ erg}}\right)^{1/2} \left(\frac{I_\nu(\nu_0)}{\text{erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}}\right) \left(\frac{r_0}{\text{cm}}\right)^{-1}}$$

これに値を代入していくことで,

$$n_0 = 7.1 \dots \times 10^{-3} \text{ cm}^{-3} \doteq 7 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$$

を得る。

- (5) 注目している微小領域について運動方程式を立てれば,

$$(P + dP) + \frac{G\rho(r)drM(r)}{r^2} = P$$

これを変形し,

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\rho(r)M(r)}{r^2}$$

を得る。

- (6) (5) で導出した式の左辺等辺を評価する。 $r > r_0$ では $P(r) = 2n_e(r)k_B T = 2n_0 k_B T r_0^2 r^{-2}$ となるため, 左辺は,

$$\frac{dP}{dr}(r) = -4n_0 k_B T r_0^2 r^{-3}$$

である。一方で, 右辺は,

$$-\frac{G\rho(r)M(r)}{r^2} = -Gm_p n_0 r_0^2 r^{-4} M(r)$$

となるため,

$$M(r) = \frac{4k_B T}{Gm_p} r$$

を得る。 $r = R$ とすれば,

$$M(R) = 3.4 \dots \times 10^{14} M_\odot \doteq 3 \times 10^{14} M_\odot$$

となる。

問 4

- (1) $\rho(r)$ を半径 R まで積分し,

$$\begin{aligned} \int_0^R \rho(r) 4\pi r^2 dr &= 4\pi m_p n_0 \left\{ \int_0^{r_0} r^2 dr + \int_{r_0}^R r_0^2 dr \right\} \\ &= 4\pi m_p n_0 r_0^2 \left(R - \frac{2}{3} r_0 \right) \\ &= 2.0 \dots \times 10^{13} M_\odot \doteq 2 \times 10^{13} M_\odot \end{aligned}$$

- (2) この銀河団内部の銀河の明るさを統べて合わせた場合の絶対等級は,

$$9.5 - 5 \log_{10} \left(\frac{2.1 \times 10^2 \times 10^6 \text{ pc}}{10 \text{ pc}} \right) = -27.1$$

である。よって, 太陽との光度比を考えることで, 恒星の総質量は,

$$10^{-0.4(-27.1-4.5)} M_{\odot} = 4.3 \dots 10^{12} M_{\odot} \doteq 4 \times 10^{12} M_{\odot}$$

- (3) 暗黒物質質量は,

$$3.4 \times 10^{14} M_{\odot} - 2.0 \times 10^{13} M_{\odot} - 4.3 \times 10^{12} M_{\odot} = 3.1 \dots \times 10^{14} M_{\odot} \doteq 3 \times 10^{14} M_{\odot}$$

と評価できる。暗黒物質が銀河団の全質量に占める割合は,

$$\frac{3.1 \times 10^{14} M_{\odot}}{3.4 \times 10^{14} M_{\odot}} = 0.92 \dots \doteq 0.9$$

である。