

第5回 日本天文学オリンピック 本選

理論問題

2026年2月22日 13時15分—15時45分

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 問題冊子は全部で15ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆または黒色シャープペンシルを使用しなさい。
- 4 解答用紙には、必要に応じて、最終的な結果のみでなく、それに至るまでの計算過程や説明などを記載すること。
- 5 解答用紙の指定欄に受験番号を記入しなさい。また、指定欄以外に受験番号を記入してはいけません。
- 6 解答は、必ず指定された問題の解答用紙に記入しなさい。また、解答中の小問の区切りが明確でなく、どの部分が各小問への解答か判別できない場合、内容が不十分として点を与えないことがあります。どの小問への解答かが明確である限りは、小問の順番通りに解答する必要はありません。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 8 計算に必要な物理定数が問題文中で特に示されていない場合には、付録の定数表の値を参照しなさい。
- 9 数値で解答する問題で、有効数字の指定がない場合には、各自で適切に判断し、妥当な有効数字で丸めた値を解答しなさい。過度に多すぎる、あるいは少なすぎる桁数で解答した場合は、有効数字を適切に考慮していないものとみなし、減点することがあります。
- 10 この問題冊子の余白は、草稿用に使用してもよいが、問題冊子は破いてはいけません。
- 11 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 12 試験終了後、問題冊子・定数表・計算用紙は持ち帰りなさい。
- 13 問題に関する質問は受け付けません。問題に不備があると考える場合は、解答用紙にその旨を記載してください。採点の際に考慮します。

第1問 (130点)

以下の独立した問い (問1～問4) に解答せよ。

問1. (30点) 以下の (1)～(3) の単語について、それぞれ2行程度で簡単に説明せよ。

- (1) 太陽風
- (2) (恒星の) 種族 II
- (3) 宇宙マイクロ波背景放射

問 2. (30 点) 二重星および連星についての次の文章を読み、後の問い (1)~(5) に答えよ。

おおぐま座のミザールは約 2 等級の恒星であり、約 12 arcmin 離れた位置に 4 等級の恒星アルコルが存在している。ミザールとアルコルとの間の角距離が小さいため、肉眼でこれらの星を観測した場合、人間の視力では空間的に分解できるかどうかの限界に近い。一方、望遠鏡などを用いて空間分解能 (視力) を高めると、ミザールとアルコルを分離して観測することができる。このように天球上で近接して見える恒星のペアを二重星と呼ぶ。

二重星は、互いに物理的な関係を持たない恒星同士が、たまたま地球から見てほぼ同じ方向に位置することで生じる見かけの二重星と、空間的に近接した恒星が重力的に束縛しあい共通重心の周りを公転している連星に分けられる。見かけの二重星と連星を見分ける方法として、以下のような手法が挙げられる。

手法 A: 年周視差を測定し、両者が全く異なる距離にあることが分かれば、連星ではないと判断できる。

手法 B: 連星であれば、互いに共通重心の周りを公転しているはずであり、その公転運動が見かけの運動として観測されれば、連星であることの強い根拠となる。

- (1) 手法 A の年周視差による距離測定では、測定可能な年周視差の最小値に対応する形で測定可能な距離の最大値がある。最小で 0.020 mas ($1 \text{ mas} = 10^{-3} \text{ arcsec}$) の年周視差を検出可能な手法を用いた場合、測定可能な距離の最大値を pc を単位として有効数字 2 桁で求めよ。
- (2) 手法 A, B 以外に、二重星の分光観測を通じて連星かどうかを判別する方法を、2 行程度で簡潔に説明せよ。
- (3) 夜空に肉眼で検出可能な恒星が全天にランダムに分布していると仮定し、全天における見かけの二重星の個数の期待値を求めよ。全天で見える恒星の総数を 9×10^3 個とし、2 つの恒星の見かけの角距離が 12 arcmin 以下であれば「見かけの二重星」と呼ぶことにする。
 - (3-1) 恒星 a に対し、別の恒星 b が恒星 a から角距離 $\theta = 12 \text{ arcmin}$ 以内に入る確率を p とする。恒星 a を中心とする半径 12 arcmin の円状領域と全天の面積比を考えることで、 p を有効数字 2 桁で求めよ。ただし、 θ は十分小さい角なので球面の曲率は無視してよい。また全天の面積は $4\pi \text{ sr}$ である。
 - (3-2) (3-1) の結果を用いて、全天における見かけの二重星の個数 (ペア数) の期待値を有効数字 1 桁で求めよ。

図 1-1 は、ワシントン重星カタログ (Mason, B.D., et al., 2026 年 2 月 8 日版 https://www.astro.gsu.edu/wds/*1) より作成した、肉眼で検出可能な明るさを持つ恒星同士の角距離の分布を、累積ヒストグラム (小さい方のビンからそのビンまでの総個数を示したグラフ) として描いたものである。

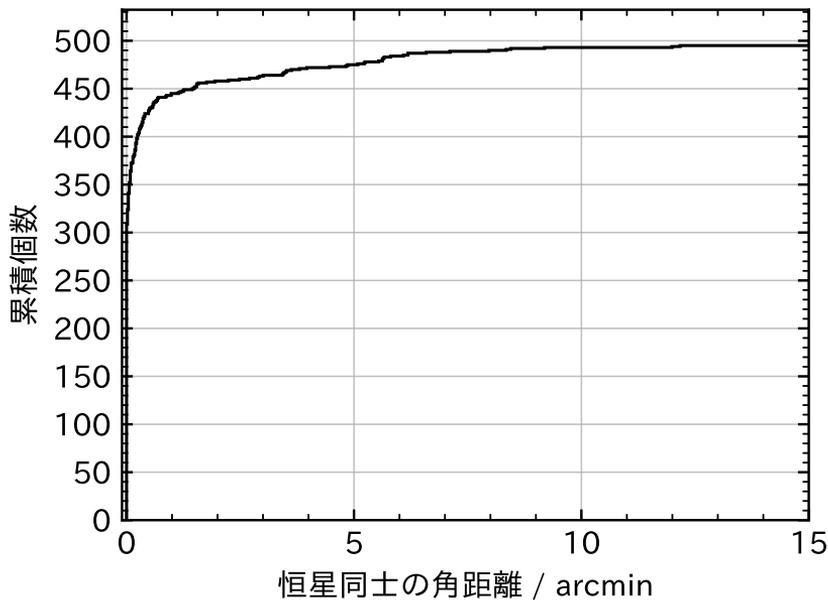


図 1-1: 肉眼で観測可能な恒星間の角距離の累積ヒストグラム

- (4) 図 1-1 から見かけの角距離が 12 arcmin 以下の二重星のペアの数は、(3-2) の結果に比べて何倍になるかを、有効数字 1 桁で求めよ。

実際の二重星の数と (3-2) の結果が一致しない理由の一つは、実際の宇宙には連星が多数存在しており、二重星として観測される恒星の中に、そうした連星が多く含まれているためである。さらに、恒星分布の非等方性も、二重星の個数に影響を与える要因の一つである。

- (5) 銀河面が全天の 20% の面積を占め、恒星のうち個数比にして 60% が銀河面に一様に、残りが銀河面以外の領域に一様に分布しているとする。このような二領域モデルを仮定し、同じ領域内で形成される見かけの二重星のみを考える (銀河面内の恒星と銀河面以外の恒星からなる見かけの二重星は考えない) とき、全天における見かけの二重星のペアの個数の期待値を有効数字 1 桁で求めよ。

*1 This research has made use of the Washington Double Star Catalog maintained at the U.S. Naval Observatory.

問 3. (40 点) プラネタリーディフェンスは、小惑星や彗星などの地球近傍天体による衝突リスクを事前に把握し、被害を防ぐための国際的な取り組みである。白亜紀末の大量絶滅を引き起こした巨大小惑星の衝突や、2013 年のチェリャビンスク隕石の衝突のように、低頻度だが極端に被害の大きい自然災害への備えとして天文・宇宙開発分野の重要課題の一つとなっている。

地球軌道に接近する小惑星・彗星をまとめて NEO (Near-Earth Object : 地球近傍天体) と呼び、そのうち天文学的なタイムスケールで近い将来に被害を伴う地球衝突を起こし得る天体は PHA (Potentially Hazardous Asteroid : 潜在的に危険な小惑星) と呼ばれる。これは、天体の軌道と地球軌道との「最小交差距離」が 0.05 au 以下で、絶対等級（その天体を太陽から 1 au の距離に置いて太陽から観測したときの見かけの等級）が 22.0 未満のものとして定義されている。PHA をいち早く発見・追跡して軌道を正確に知るためにサーベイ観測が行われている。これらを踏まえた上で後の問いに答えよ。

- (1) 小惑星の平均的なアルベドは 0.13 である。このアルベドを持つ完全な球体の PHA は最低どの程度の直径であると考えられるか。ただし、反射光は立体角 π sr に等方的に広がることを仮定せよ。

太陽系の天体には、軌道や運動を表現する 6 つの軌道要素がある。それぞれ、軌道長半径 a 、離心率 e 、軌道傾斜角 i 、昇交点（天体の軌道が南半球から北半球に向かって北向きに交差する点）黄経 Ω 、近日点引数（昇交点から近日点まで計った角度） ω 、真近日点角（天体が近日点からどれだけ進んだ位置にいるかを表す角度） ν である。

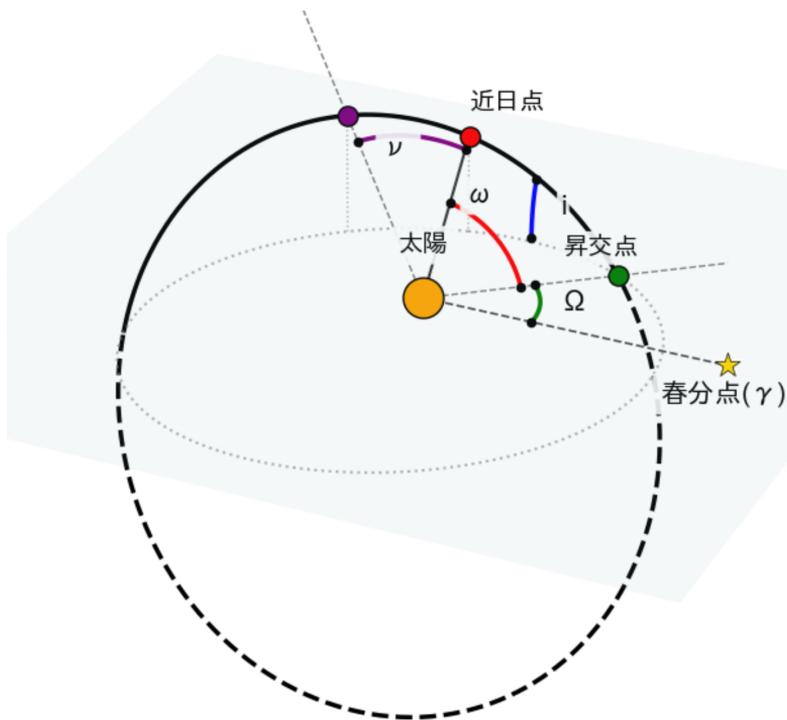


図 1-2: 軌道要素のうち、軌道傾斜角 i 、昇交点黄経 Ω 、近日点引数 ω 、真近日点角 ν を示す。

- (2) 以下の文章を読んで以下の問に答えよ。なお、本問以降、地球軌道は $a = 1 \text{ au}$, $e = 0$, $i = 0^\circ$ の黄道面内の円軌道であると仮定する。

地球軌道とある天体の軌道の最小交差距離を考える。地球軌道とある天体の軌道の最小交差距離は、両軌道の軌道面の交線上における軌道間の距離のうち小さい方として求められる。地球軌道を黄道面内と仮定しているため、両軌道面が一致する直線は必ず、昇交点、降交点、ア を通る。これらの点は黄道面内にあるため、軌道傾斜角 i には依存しない。また、昇交点黄経 Ω は イ を示しているため、距離は Ω には依存しない。

ここで、楕円軌道上の真近点角 ν の点における太陽からの距離は

$$r(\nu) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu}$$

で表される。昇交点および降交点では、真近点角はそれぞれ ウ と エ である。よって、これらを上の式に代入すると、昇交点および降交点におけるこの天体の太陽からの距離が得られる。それぞれの位置での地球軌道との距離の差を計算すると、

$$\left| \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \omega} - 1 \right|, \left| \frac{a(1 - e^2)}{1 - e \cos \omega} - 1 \right|$$

であり、その小さいほうが求める最小交差距離となる。

- (2-1) ア に入る語句として最も適切なものを、次の①～④の中から1つ選べ。

- ① 春分点
- ② この天体の近日点
- ③ 太陽
- ④ 天の北極

- (2-2) イ に入る語句として最も適切なものを、次の①～④の中から1つ選べ。

- ① 近日点の方向
- ② 近日点における太陽との距離
- ③ 軌道の短半径
- ④ 軌道の方向

- (2-3) ウ と エ に入る角度を a, e, i, Ω, ω のうち必要なものを用いて表せ。

- (2-4) 以下の2天体 a, b は、PHA であるといえるか、根拠とともに述べよ。

| 天体名 | 軌道長半径 a [au] | 離心率 e | 軌道傾斜角 i [deg] | 昇交点黄経 Ω [deg] | 近日点引数 ω [deg] | 直径 [m] |
|-----|-------------------|---------|--------------------|-------------------------|-------------------------|-----------|
| a | 1.324 | 0.280 | 1.621 | 69.081 | 162.803 | 330 |
| b | 1.2705 | 0.2852 | 2.328 | 194.133 | 233.951 | 4.1 |

(3) 実際に観測によって PHA を発見する過程について考える。

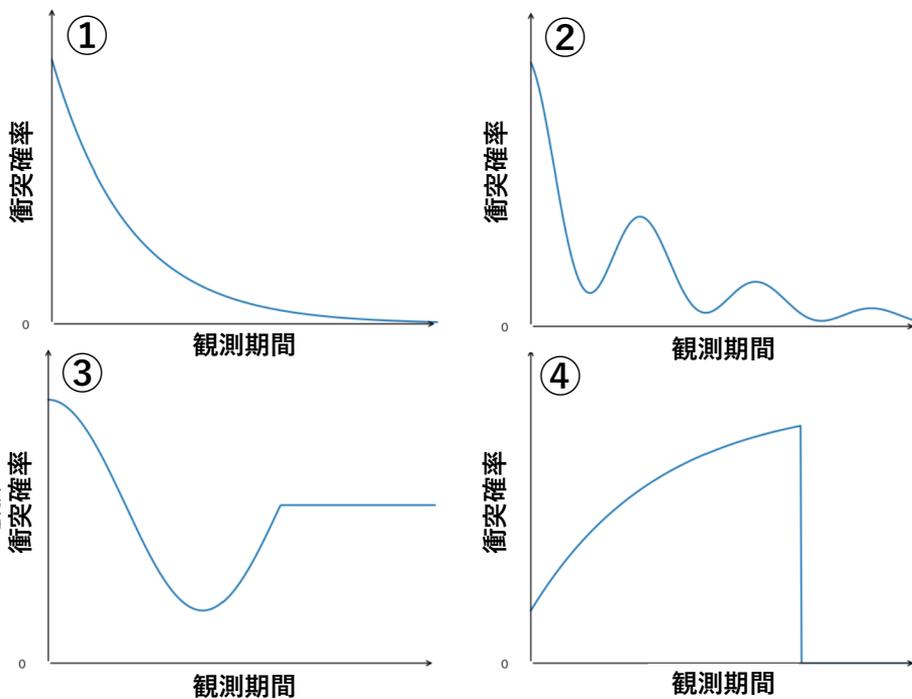
(3-1) 以下の 3 つの軌道 c, d, e の地球軌道との最小交差距離を計算せよ。

| 軌道名 | 軌道長半径 a [au] | 離心率 e | 近日点引数 ω [deg] |
|-----|-------------------|---------|-------------------------|
| c | 0.922 | 0.1910 | 126.40 |
| d | 0.920 | 0.1913 | 126.40 |
| e | 0.922 | 0.1913 | 126.40 |

(3-2) 天体の軌道を確定するためには、長期間の観測が必要になる。その理由を語群の語を用いて説明せよ。

語群：位置, 距離, 速度, 自由度, 観測の精度

(3-3) 地球への衝突リスクがある天体が見つかった際の衝突確率の観測期間に伴う変化の図として最も適切なものを以下の①～④から 1 つ選び、その根拠とともに述べよ。



問 4. (30 点) 宇宙の膨張の歴史は、物質の重力による減速と、ダークエネルギーの斥力による加速のバランスとして記述される。宇宙の膨張の度合いを表す無次元の量をスケール因子 $a(t)$ と呼ぶ。現在 (時刻 t_0) のスケール因子を $a(t_0) = 1$ と規格化すると、時刻 t における任意の 2 点間の距離の固有距離 $D(t)$ は、現在の距離 D_0 を用いて $D(t) = a(t)D_0$ と表される。宇宙の膨張の加速度を決定する方程式は、現在の宇宙の物質密度パラメータ Ω_m およびダークエネルギー密度パラメータ Ω_Λ を用いて、近似的に次のように書ける：

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{H_0^2}{2} (\Omega_m a^{-3} - 2\Omega_\Lambda)$$

ここで、 H_0 は現在のハッブル定数、 \ddot{a} はスケール因子の 2 階時間微分 (加速度) である。以下の問いに答えよ。

- (1) 宇宙の膨張が減速から加速へと切り替わる瞬間のスケール因子を a_{tr} とする。 a_{tr} を Ω_m, Ω_Λ を用いて表せ。また、現在の観測値 $\Omega_m = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7$ を用いて、 a_{tr} の値を有効数字 2 桁で求めよ。
- (2) 宇宙の膨張が加速に転じたときの赤方偏移を z_{tr} とする。前問 (1) の結果を用いて、 z_{tr} の値を有効数字 2 桁で求めよ。
- (3) 銀河形成がピークを迎えた時期 ($z \simeq 2$) において、宇宙の膨張は加速していたか、減速していたか答えよ。
- (4) 宇宙が誕生した直後の $a \ll 1$ の時期 (物質優勢期) においては、 $a(t)$ は t^α に比例する。 α の値を求めよ。

第2問 (90点)

2025年には確認された系外惑星の数が6000個を超えた。系外惑星を検出する有力な方法の一つに、「トランジット法」がある。トランジット法は、惑星が恒星の手前を通過（トランジット）する際に恒星の一部を隠すことによって起きるわずかな減光を捉える手法である。

光度 $L_S = 0.34L_\odot$ 、有効放射温度 $T_{\text{eff}} = 5.0 \times 10^3 \text{ K}$ の主系列星 S の観測により、S を周回する惑星 P の存在が確認された。継続して恒星 S 系を観測したところ、周期 $T = 3.0$ 日ごとに惑星 P が恒星 S の手前を通過することに伴い減光した。

この問題では、簡単のため、惑星 P は円軌道を周回し、円軌道の法線方向と地球からの視線方向はちょうど直交しているとする。また、恒星 S を明るさが一様な円板とみなすものとする。

問 1.

- (1) 恒星 S の半径 R_S を、太陽半径 R_\odot を単位として有効数字 2 桁で求めよ。
- (2) 主系列星の質量 M と光度 L が $L \propto M^4$ の関係にあることを仮定して、惑星 P の軌道長半径 a を au を単位として有効数字 2 桁で求めよ。
- (3) トランジットに伴う減光量 $\Delta[\text{mag}]$ を、恒星 S と惑星 P の半径比 $R_P/R_S = k$ を用いて表せ。ただし、ここでは惑星 P による反射・放射を無視する。

実際には、恒星 S 系の明るさには惑星由来の成分もわずかに寄与している。このために、惑星が恒星の背後を通過する際にも減光が起きることがあり、これを二次食と呼ぶ。恒星 S 系を波長 $8 \mu\text{m}$ を中心とする中赤外線でも継続観測したところ、図 2-1 に示すように、中心時刻 $t = 0.5$ 日に観測されたトランジットだけでなく、中心時刻 $t = 2.0$ 日に二次食が観測された。ただし、図の縦軸は時刻 $t = 2.0$ 日におけるフラックス F_0 を 1 として規格化されている。

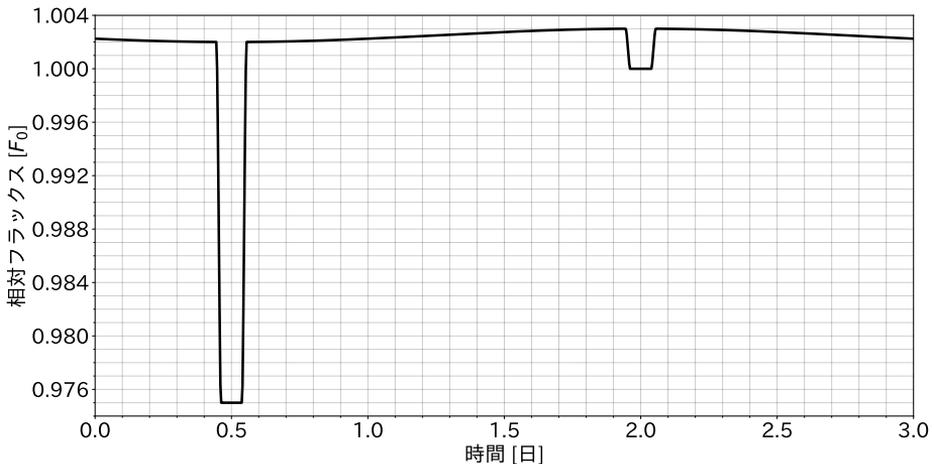


図 2-1: 恒星 S 系の一周期の光度曲線

問 2.

- (1) 図 2-1 を読み取ることで、以下のフラックスを F_0 を単位として表せ。
- (1-1) 惑星 P がない場合に観測される恒星 S のフラックス
 - (1-2) 惑星 P の夜半球 (恒星と反対方向を向いた半球) によるフラックス
 - (1-3) 惑星 P の昼半球 (恒星方向を向いた半球) によるフラックス
- (2) 惑星 P の半径 R_P を、木星半径 R_J を単位として有効数字 2 桁で求めよ。

問 3. 恒星 S 系において観測された二次食や、トランジット/二次食が起きていない時間における連続的な明るさの変化は、惑星由来の放射によるものである。惑星由来の放射は、惑星からの反射光と、惑星表面の温度に伴う熱放射から成る。

- (1) 惑星からの反射光の寄与を見積もる。問 1.(2) と問 2.(2) の結果を用いて、惑星 P からの反射光成分の上限を、 F_0 を単位として有効数字 1 桁で求めよ。ただし、惑星 P の反射光は π sr の半球面に等方的に広がることを仮定せよ。
- (2) 前問の結果から、観測された二次食や光度変化は主に惑星表面からの熱放射に起因することが示唆される。このような熱放射による二次食を観測によって検出するには、可視光線よりも赤外線の方が適している。この理由を 2 行程度で簡潔に説明せよ。
- (3) 観測結果を用いて、惑星 P の表面温度の分布を推定する。ここでは、最も簡単なモデルとして、昼半球と夜半球の温度がそれぞれ T_{day} , T_{night} で一定であり、完全な黒体放射をしていることを仮定する。
- (3-1) 波長 λ において、表面温度 T_P の惑星の半球面による黒体放射強度 F_P と恒星の黒体放射強度 F_S の比が

$$\frac{F_P(\lambda)}{F_S(\lambda)} = \frac{e^{hc/(\lambda k_B T_{\text{eff}})} - 1}{e^{hc/(\lambda k_B T_P)} - 1} \times k^2$$

で表せることを示せ。ただし、温度 T 、波長 λ における単位波長、単位立体角あたりの黒体放射強度 $B_\lambda(\lambda, T)$ が

$$B_\lambda(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(\lambda k_B T)} - 1}$$

で与えられることを用いてよい。

- (3-2) T_{day} と T_{night} を有効数字 2 桁で求めよ。
- (4) 前問の結果の妥当性を検証する。問 2.(2) の結果を用いて、惑星 P のアルベドを 0.3 と仮定したときの惑星の放射平衡温度 T_{eq} を有効数字 2 桁で求めよ。

第3問 (90点)

宇宙空間に浮遊する固体の塵粒子は、質量を持つ天体としての恒星から重力を受ける一方で、恒星からの放射にさらされると、吸収・反射した光子が持つ運動量のために「放射圧」がかかる。特に、放射を完全に吸収する物体にかかる、放射に伴う放射圧（単位面積あたりの力）の大きさ p は

$$p = I/c$$

と表せ、ここで c は光速、 I は単位面積を単位時間あたりに通過する放射エネルギーである。本問では、放射圧と重力を通じた塵粒子の軌道進化を考察する。以下の設問に答えよ。

問1. 質量 M 、光度 L の恒星から距離 r の位置にある質量 m の塵粒子を考える。塵粒子は半径 s 、密度 ρ の球形であるとし、再放射による反作用は無視できるものとする。

- (1) 粒子が受ける万有引力 F_g と放射圧による斥力 F_{rad} を、それぞれ G 、 M 、 m 、 r 、および L 、 s 、 r 、 c を用いて表せ。
- (2) 重力と放射圧の比 $\beta = F_{\text{rad}}/F_g$ を、 M 、 L 、 s 、 ρ 、 G 、 c を用いて表すことで、距離 r に依存しない定数であることを示せ。
- (3) 塵粒子が受ける正味の力は、恒星の質量が見かけ上 $M_{\text{eff}} = M(1 - \beta)$ に変化した重力として扱えることを説明せよ。
- (4) $\beta > 1$ となるのはどのような性質をもつ粒子か述べよ。

問2. x - y 平面上において、質量 M の2つの恒星 A、B が重心 O を中心に、最大離隔 $2R$ の直線往復運動をしている。これは、離心率 $e = 1$ の楕円軌道を運動しているとみなせる。

- (1) 恒星 A が最大離隔点から重心 O に到達する時間 t_{star} を求めよ。
- (2) z 軸上の高さ H にある粒子が受ける、2星からの合力 F_{net} を考える。 $H \gg R$ のとき、この力は重心 O に質量 $2M_{\text{eff}} = 2M(1 - \beta)$ の天体がある場合の引力で近似できることを、 R/H の一次まで近似することで示せ。
- (3) z 軸上の高さ H ($H \gg R$) において、塵粒子を静止状態から離した。この粒子が重心 O に落下するまでの時間 t_{part} を、 G 、 M 、 β 、 H を用いて表せ。
- (4) 粒子が重心 O で恒星と衝突するための最小の H ($t_{\text{part}} = t_{\text{star}}$ を満たす H) を、 R 、 β で表せ。ただし、ここでは、前問の近似をすべての H で適用することとする。また、 β が1に近づくにつれ、高さ H はどう変化するか、物理的な理由とともに述べよ。

問 3. 太陽系の黄道面内において半径 a の円軌道上を公転する塵粒子を考える。

- (1) 粒子の公転速度のために、粒子の静止系において、恒星の光は恒星の方向から角度 α だけ傾いて入射する。このとき、粒子の進行方向と逆向きに、放射圧が抵抗として働く。この力 F_{PR} を、粒子の公転速度 v と F_{rad} , c を用いて表せ。
- (2) F_{PR} により粒子の角運動量 $L = m\sqrt{2GM(1-\beta)a}$ が失われる。 $\frac{dL}{dt} = -F_{\text{PR}} \cdot a$ を用いて半径の変化速度 $\frac{da}{dt}$ を求め、 $\frac{da}{dt} = -\frac{k}{a}$ (k は定数) の形で表されることを示せ。
- (3) $a = a_0$ から粒子が恒星に落下するまでにかかる時間を、 a_0 , β , G , M , c を用いて表せ。また、 $\beta = 0.5$ の粒子が $a_0 = 1.0$ au から太陽に飲み込まれるまでの寿命を、年を単位として計算し、有効数字 1 桁で求めよ。ただし、微分方程式 $\frac{da}{dt} = -\frac{k}{a}$ の解は $a(t) = \sqrt{(a(0))^2 - 2kt}$ であることを説明なしに用いてよい。
- (4) 前問 (3) の結果を太陽系の年齢と比較した上で、なぜ現在でも太陽系には塵が存在するのか、その供給源を 2 つあげよ。

第 4 問 (90 点)

銀河は宇宙において均一に分布するのではなく、ムラをもって分布している。100 個程度以上の銀河が、自分たちの重力により束縛しあって集まっている系のことを銀河団と呼ぶ。銀河団内部の銀河間空間には、温度 $10^7\text{--}10^8\text{ K}$ 程度の高温の電離ガス (ICM: intracluster medium) が存在することが知られている。ICM は主に熱制動放射 (thermal bremsstrahlung) と呼ばれるプロセスによって、X 線を放射している。X 線で ICM を観測することにより、ICM の性質、さらには銀河団の質量などを推定することが可能である。ICM の X 線観測に関する以下の問題に解答せよ。

問 1. ICM の観測に必要な X 線望遠鏡は、すべて高層大気や宇宙空間に打ち上げられたものである。地上に X 線望遠鏡がない理由を 1 行程度で簡潔に述べよ。

問 2. 熱制動放射は、熱平衡にあるプラズマ気体中において、電子が陽子の近くを通過し減速を受けることによって発生する電磁波の放射過程である。プラズマ気体中の電子がボルツマン分布に従うエネルギー分布を持つと考えることで、単位周波数、単位体積、単位時間あたりに熱制動放射によって放射されるエネルギー ε は、電子数密度 n_e 、温度 T 、周波数 ν の関数として書いて、

$$\varepsilon(n_e, T, \nu) = 6.3 \times 10^{-48} \left(\frac{n_e}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \right)^2 \left(\frac{k_B T}{1.6 \times 10^{-8} \text{ erg}} \right)^{-1/2} e^{-h\nu/k_B T} \times \tilde{g} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-3} \text{ Hz}^{-1}$$

となることが知られている。ただし、 \tilde{g} は古典力学的計算を量子力学的に補正するための係数 (ガウント因子) であり、高々 1 である (以降 $\tilde{g} \equiv 1$ として計算すること)。上で与えられた熱制動放射の式を参考に、熱制動放射のスペクトルの周波数依存性について $h\nu < k_B T$ の低周波数 (エネルギー) 側と $h\nu > k_B T$ の高エネルギー側で比較し、熱制動放射のスペクトルが $\nu = \nu_0 = k_B T/h$ 付近を境に大きく変化することを示せ。

問 3. ある銀河団を X 線で観測したところ、半径 16 arcmin の領域に広がる ICM 由来の熱制動放射が観測された。

- (1) この銀河団の ICM からの Fe XXV 輝線 (24 階電離した鉄からの輝線、静止系での周波数 $1.62 \times 10^{18} \text{ Hz}$) が周波数 $1.54 \times 10^{18} \text{ Hz}$ で観測された。この銀河団の赤方偏移、およびこの銀河団までの距離を有効数字 1 桁で求めよ。ただしハッブル定数を $H = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ とする。
- (2) (1) で求めた距離を用いて、この銀河団の ICM の半径 R を Mpc を単位として有効数字 1 桁で求めよ。
- (3) 観測されたスペクトルが折れ曲がる特徴的な周波数は、場所に依らず $1.0 \times 10^{18} \text{ Hz}$ であった。この銀河団の ICM の温度を、有効数字 1 桁で求めよ。

熱制動放射スペクトルの解析より、電子密度も推定することが可能である。この銀河団 ICM において、中心からの半径 r の関数としてみた電子密度の分布 $n_e(r)$ は、

$$n_e(r) = \begin{cases} n_0, & (r \leq r_0) \\ n_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-2}, & (r > r_0) \end{cases}$$

となっていることが判明した。ただし、 $r_0 = 0.1 \text{ Mpc}$ であり、 n_0 は定数である。

- (4) ICM は今回議論しているような周波数帯の電磁波に対して光学的に薄く、我々が観測する面輝度 I_ν (単位立体角, 単位周波数, 単位面積, 単位時間, 単位面積あたりに受け取るエネルギー量) は、視線方向に沿って $\varepsilon/4\pi$ を足し合わせた値に対応し、

$$I_\nu(\nu) = \frac{1}{4\pi} \int \varepsilon(n_e, T, \nu) \, dS$$

となる。ただし S は光路上の距離に対応する。銀河団中心部方向における面輝度が、 $I_\nu(\nu_0) = 1.2 \times 10^{-23} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ であったとき、 n_0 を cm^{-3} を単位として有効数字 1 桁で求めよ。ただし、この ICM は問 3 (3) で求めた半径の完全な球体とし、光路として ICM 中を銀河団中心を通るようにして直進する経路のみを考えるものとする。光路中での吸収の影響は無視できるものとする。

- (5) ICM 中において、図 4-1 のように中心から遠ざかる方向に伸ばした単位面積柱の気体で、中心からの距離が r , $r + dr$ の面で囲まれた微小領域について考える。この微小領域の下面と上面での圧力をそれぞれ P , $P + dP$ とおく。このとき、微小領域において、下面と上面での圧力差に対応する力と微小領域にかかる重力とが平衡状態 (静水圧平衡) にあるとき、

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\rho(r)M(r)}{r^2}$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\rho(r)$ は半径 r における質量密度であり、 $M(r)$ は中心から半径 r までに存在する物質の総質量である。

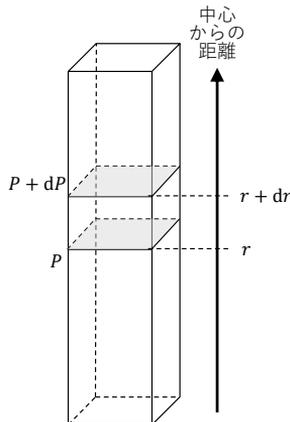


図 4-1: 静水圧平衡の模式図

- (6) 高温ガスは理想気体とみなせるものとし、完全電離気体（陽子と電子の数密度が等しい）を考えれば、 $P = 2n_e(r)k_B T$ となる。また、簡単のため、陽子質量 m_p を用いて、 $\rho(r) = m_p n_e(r)$ と評価してよい。このとき、 $r > r_0$ における $M(r)$ を T, r , およびその他物理定数のみを用いて表せ。また、 $M(R)$ を M_\odot を単位として有効数字 1 桁で求めよ。

問 4. 問 3 (6) で求めた質量は、力学的に求めた質量であるため、銀河内の恒星の質量や、ICM 内のガス質量に加えて、銀河団内の暗黒物質の質量も含んだ値である。本問では、問 3 と同様の銀河団について、バリオンの質量を評価し、問 3 (6) の結果から差し引くことで、銀河団内の暗黒物質の総質量を推定しよう。

- (1) この銀河団について、ガスの質量密度 $\rho(r)$ を中心部から $r = R$ まで空間積分することで、ガス質量を M_\odot を単位として有効数字 1 桁で求めよ。
- (2) この銀河団内部の銀河の明るさをすべて足し合わせたとき、その見かけの等級は 9.5 等であった。太陽の絶対等級が 4.5 等であり、これらの銀河内部の恒星は全て太陽と同等の光度と質量を持つ恒星であると仮定するとき、この銀河団内の恒星の総質量を M_\odot を単位として有効数字 1 桁で求めよ。ただし、星間減光の影響は無視できるものとし、銀河の明るさは全て恒星から来るものであるとする。
- (3) 問 3 (6) で求めた質量から、問 4 (1), 問 4 (2) で求めた質量を差し引くことで、この銀河団内の暗黒物質の質量を M_\odot を単位として有効数字 1 桁で求めよ。また暗黒物質が銀河団の質量に占める割合を、有効数字 1 桁で求めよ。

