

## 第2回日本天文学オリンピック

# 本選問題

令和5年3月5日 13時30分—16時30分

### 注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 問題冊子は全部で24ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆または黒色シャープペンシルを使用しなさい。
- 4 解答用紙・解答用のグラフ用紙の指定欄に受験番号を記入しなさい。また、指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 5 解答は、必ず解答用紙・解答用のグラフ用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 6 解答用紙・解答用のグラフ用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、草稿用に使用してもよいが、問題冊子は破いてはいけません。
- 8 解答用紙・解答用のグラフ用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 9 試験終了後、問題冊子・計算用紙・下書き用のグラフ用紙は持ち帰りなさい。
- 10 問題に関する質問は受け付けません。問題に指定している仮定以外にも重大な仮定が必要な場合には、適切な仮定を置いてください。また問題に致命的な不備があり、あなたの知識や実力によらず解答不能であるという場合には、解答用紙中にその旨を理由を含めて簡潔に記載してください。ただし解答者の知識不足であったりするような場合など、解答不能であるという訴えは認められず、誤答となります。よって、自分が解けないからといって解答不能であると記載しないでください。

**第 1 問.** 太陽系に関する様々な事項について、以下の独立した問(問 1～問 3)に解答せよ。また、解答用紙に式や考え方を書く欄がある問題については、解答に至るまでの説明を付すこと。

**問 1.** 惑星表面の温度は惑星を特徴づける基本的な量の一つである。惑星の温度について、次の問いに答えよ。

(1) 太陽系内の天体の温度を考える際には、太陽定数というパラメータが重要となる。太陽定数の定義を記せ。

(2) 太陽定数を  $S_0$  で、地球のアルベドを  $A$  で表す。単位面積、単位時間あたりに地球が受け取る太陽放射のエネルギー量を地球表面全体で平均した値  $S_1$  を、 $S_0, A$  を用いて表せ。結果のみ答えればよい。

(3) 地球全体で平均すると、太陽放射によってもたらされるエネルギーと、地球放射によって失われるエネルギーとが平衡している。このような平衡状態にあるときの地球表面の温度を放射平衡温度と呼ぶ。地球の放射平衡温度  $T$  を、シュテファン・ボルツマン定数  $\sigma$  と、 $S_0, A$  を用いて表せ。また、 $S_0 = 1.37 \text{ kW/m}^2, A = 0.30, \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4$  として地球の放射平衡温度を有効数字 3 桁で求めよ。結果のみ答えればよい。

(4) (3) で求めた放射平衡温度  $T$  の値を実際の地球表面の平均気温と比較し、もし違いがあればその要因を考察せよ。

**問 2.** 彗星の中には楕円軌道を持ち、周期的に公転を繰り返す彗星がある。特に 200 年以下の公転周期を持つ彗星を短周期彗星、200 年を超える公転周期を持つ彗星を長周期彗星と呼ぶ。短周期彗星の軌道が黄道面に集中しているのに対し、長周期彗星の軌道は一様に分布していることが観測から判明している。楕円軌道を持つ彗星について、次の問いに答えよ。

(1) 短周期彗星と長周期彗星の起源であると考えられている領域の形状について説明せよ。ただし、下線部の観測事実を踏まえたうえで、各彗星の起源であると考えられている領域の名称も説明に加えること。

(2) 公転周期 200 年の彗星の軌道長半径を、天文単位を単位として、有効数字 2 桁で求めよ。また、求めた軌道長半径は、どの太陽系の惑星の軌道長半径に最も近いか、惑星名を答えよ。

(3) 彗星は一般に惑星よりも大きな離心率  $e$  を持つ傾向がある。図 1-1 に長周期彗星と短周期彗星別の軌道離心率の個数の割合(全体が 1 になるように規格化したヒストグラム)を示している。長周期彗星の離心率は  $e = 0.999$  のように極めて 1 に近い値を持つが、短周期彗星の離心率は、長周期彗星の離心率よりも小さい傾向があり、 $e = 0.999$  のような離心率を取るものは少ないことがわかる。本問では  $e = 0.999$  の、極めて大きな離心率を持つ短周期彗星を考え、このような短周期彗星が存在しない理由を考えよう。

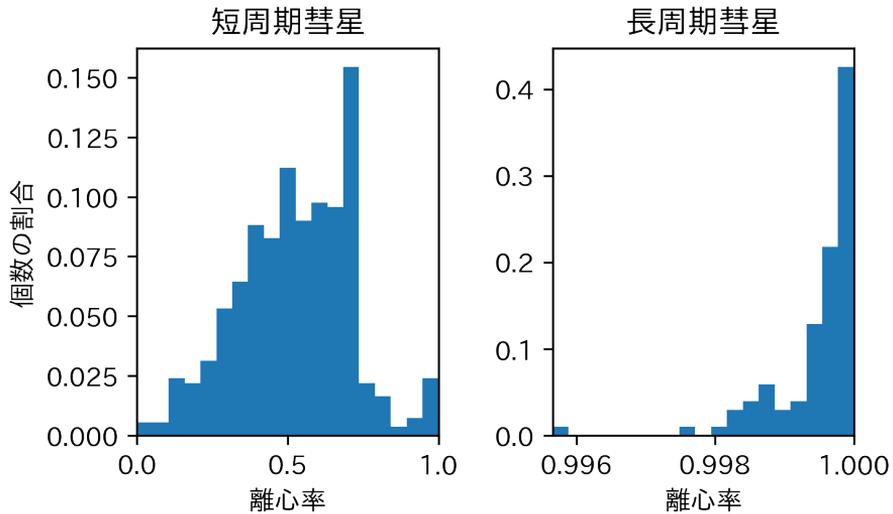


図 1-1 短周期彗星と長周期彗星別の軌道離心率の個数の割合。ただし、それぞれ横軸の範囲は最小値から最大値までの範囲に対応しており、表示範囲内でのビンの数は等しい。短周期彗星のデータは JPL Solar System Dynamics (<https://ssd.jpl.nasa.gov/>) より、長周期彗星のデータは CODE catalog (Królikowska & Dybczyński 2020, *Astronomy & Astrophysics*, 640, A97) より入手した。

- (a) 仮に  $e = 0.999$  の短周期彗星の遠日点が太陽から 5.20 au であるとしよう。この彗星の近日点距離を、天文単位を単位として、有効数字 2 桁で求めよ。式や考え方も記すこと。
- (b) (3)(a) の結果を参考にして、極めて 1 に近い離心率をもつ短周期彗星が存在しない理由を考察せよ。

**問 3.** 隕石とは、太陽系内の小天体が地球大気に突入し、燃え尽きることなく地表に到達した天体のことである。隕石を研究することで地球内部の化学組成を推定することが可能であり、地球科学の進歩に大きな貢献をしている。隕石と地球内部の化学組成について、次の問いに答えよ。

- (1) 地球全体で平均した化学組成を推定できる隕石は、コンドライトと呼ばれる種類の隕石である。コンドライトの特徴と、その起源についてそれぞれ簡潔に述べよ。
- (2) 隕石はその組成に応じて「石質隕石」「石鉄隕石」「鉄隕石」に分類されている。中でも鉄隕石は、地球の核の化学組成を推定するのに用いられる。鉄隕石の起源を簡潔に述べよ。
- (3) 隕石から惑星全体の化学組成を推定できるのは地球型惑星に限り、木星型惑星全体の化学組成に近い組成を持つ隕石は存在しない。これは木星型惑星が大きな質量を持ったことで、大量のガスを捕捉できたためである。木星型惑星が地球型惑星と比較して大きな質量を持つ理由を、惑星形成の材料に触れながら説明せよ。

**第2問.** 太陽系外惑星について、次の問1～問3に解答せよ。数値で答える問題はすべて有効数字2桁で解答すること。また、解答用紙に式や考え方を書く欄がある問題については、解答に至るまでの説明を付すこと。なお、解答に際して図を用いて説明してもよい。必要に応じて次の記号・定数・関係を用いること。

光速  $c$  :  $3.00 \times 10^8$  m/s

円周率  $\pi$  : 3.14

天文単位 (1 au) :  $1.50 \times 10^{11}$  m

光年 (ly), パーセク (pc) :  $1 \text{ ly} = 0.307 \text{ pc}$

太陽質量  $M_{\odot}$  :  $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30}$  kg

木星質量  $M_J$  :  $M_J = 9.55 \times 10^{-4} M_{\odot}$

木星半径  $R_J$  :  $R_J = 1.00 \times 10^{-1} R_{\odot}$

太陽光度  $L_{\odot}$  :  $3.83 \times 10^{26}$  W

木星の軌道長半径 : 5.20 au

**問1.** 系外惑星探査の手法について、次の問いに答えよ。

(1) 直接撮像法は、文字通り系外惑星からの光を直接観測する方法である。

(a) 直接撮像法による観測が適している系について述べた下の文の空欄イ・ロ・ハに当てはまる語をそれぞれ語群から選べ。また、その理由を述べよ。

惑星の軌道長半径が { イ : 大きい, 小さい } ものや, 恒星の光度が { ロ : 大きい, 小さい } もの, 観測者-恒星間の距離が { ハ : 近い, 遠い } ものが直接撮像法による検出に有利である。

(b) 直接撮像法で系外惑星を検出するとき、どの波長でも十分な空間分解能が確保できるとすると、どの波長帯を用いた観測が系外惑星を検出しやすいと考えられるか。最も適当なものを次の①～③の中から一つ選べ。また、それを選択した理由も記せ。

① 可視光線 ② 赤外線 ③ 紫外線

(2) アstrometry法は、惑星との共通重心の周りを公転する恒星の位置の変化(恒星のふらつき)を直接観測することによって系外惑星の存在を見出す手法で、最も古くから試みられてきた。

(a) まずは恒星のふらつきはどの程度であるか考察しよう。簡単のため太陽系に太陽と木星のみがあると仮定し、太陽と木星の共通重心の周りを太陽が円運動するときの、太陽の円運動の半径を計算せよ。また、これを太陽から10 pc離れた地点から観測するときの視差は何秒角になるか。

(b) このように細かい視差を測定するためには、地上からの観測は宇宙空間に打ち上げられた宇宙望遠鏡を用いた観測に比べて不利である。その理由を簡潔に説明せよ。

この通り、Astrometry法の欠点として非常に高い精度で位置を観測する必要があるため、この方法で発見された系外惑星は未だ存在しないことが知られている。対して、利点の一つとしては、似た観測手法である視線速度法と異なり、惑星の真の質量が得られることにある。

以下では、惑星は円運動していると仮定する。ふらつきの大きさは軌道傾斜角(軌道面の法

線ベクトルと視線方向の成す角の大きさ ( $0^\circ \leq i \leq 90^\circ$ ); 図 2-1 における  $i$  に相当) に依らない。実際, 共通重心周りを公転する恒星の軌道長半径を  $a$  とすると, 軌道面と視線方向が垂直であれば恒星の動きは半径  $a$  の円運動に見え, 軌道面と視線方向が平行であれば円運動を真横から見ていることになるため恒星は振幅  $a$  の振動をして見える。また, 角度が斜めであれば円運動を斜めから見ていることになるため恒星は楕円運動をしているように見えるが, どのような角度の場合も恒星の位置の変化の長半径は  $a$  となる。

(c) 本問ではアストロメトリ法により系外惑星の質量を推定しよう。地球から 19.3 光年の距離にある恒星 VB 10 は, 最大振幅  $4.42 \times 10^{-3}$  秒角, 周期  $2.72 \times 10^2$  日のふらつきが観測されていることから, 系外惑星 VB 10b の存在が予測されていた。現在は惑星の存在は否定されているが, このふらつきが惑星 VB 10b の存在のみに依るものと仮定したときの VB 10b の質量は VB 10 の質量の何倍か。最も適当なものを, あとの①~④のうちから一つ選べ。ただし, VB 10 の質量は  $7.79 \times 10^{-2} M_\odot$  であるとする。また, 角度  $\theta$  が微小であるとき,  $\tan \theta \cong \theta$  であると近似してよい。

- ①  $7.8 \times 10^{-1}$  倍    ②  $7.8 \times 10^{-2}$  倍    ③  $7.8 \times 10^{-3}$  倍    ④  $7.8 \times 10^{-4}$  倍

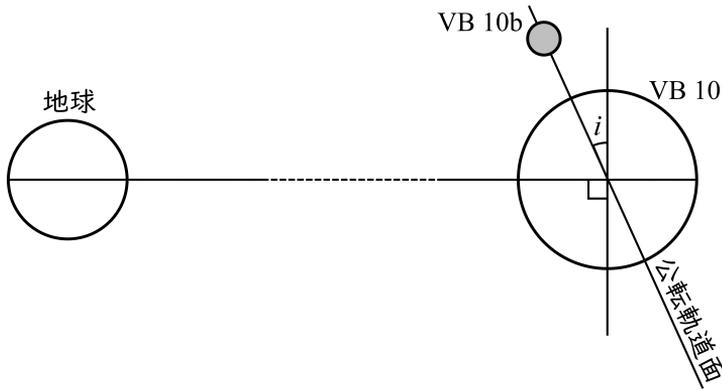


図 2-1 地球, VB 10, VB 10b の位置関係

(3) 視線速度法は惑星との共通重心の周りを公転する恒星の位置の変化 (恒星のふらつき) を恒星の視線速度の変化を通して観測することによって系外惑星を検出する手法である。この視線速度変化はドップラー効果を応用して観測されるので「ドップラー法」とも呼ばれる。

(a) 共通重心周りを円運動をしている, 恒星・ペガス座 51 番星 (以下, 51 Peg) と惑星・ペガス座 51 番星 b (以下, 51 Peg b) の連星系を考える。51 Peg の, 波長 656 nm のスペクトル線の波長の時間変化を観測したところ, 図 2-2 の結果を得た。51 Peg b の軌道傾斜角を  $90^\circ$  と仮定したとき, 51 Peg b の軌道長半径 [au] と質量 [ $M_J$ ] を求めよ。ただし, 別の観測から 51 Peg の質量は  $1.11 M_\odot$  と分かっている。また, 51 Peg の質量に対し, 51 Peg b の質量は十分に小さく, 無視できるものとする。

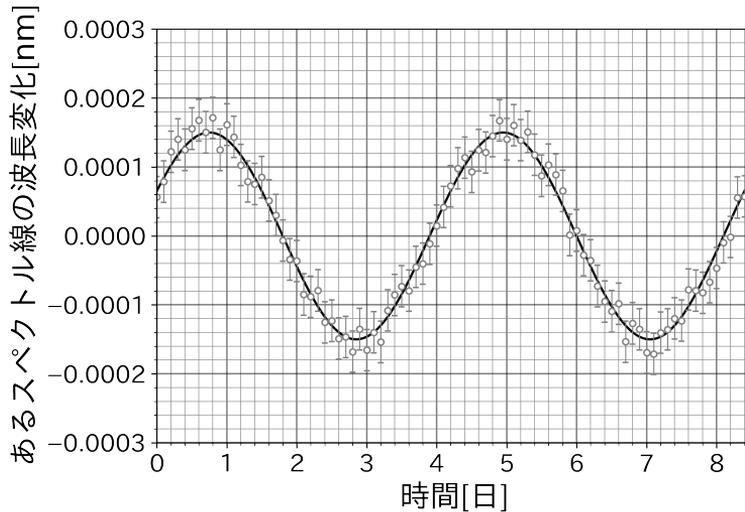


図 2-2 51 Peg の、波長 656 nm のスペクトル線の波長の時間変化

(b) 実際には視線速度法のみでは軌道傾斜角を決定できない。前問 (3)(a) では軌道傾斜角を  $90^\circ$  と仮定して惑星の質量を計算した。このように計算した質量は、実際の惑星が取りうる質量範囲と比較したとき大きいか小さいか。定量的に説明せよ。

(4) トランジット法は、惑星が恒星の手前を通過 (トランジット) する際に恒星の一部を隠すことによって起きるわずかな減光を捉えて惑星を検出するための手法で、惑星による恒星の食を観測する現象であるため「食検出法」とも呼ばれる。

(a) トランジット法の大きな特徴は、他の検出法では得ることができない惑星の半径が分かることである。図 2-3 の光度曲線から惑星半径  $[R_J]$  を推定せよ。ただし、他の観測から恒星半径は太陽半径に等しいことが分かっている。ただし、恒星は一様に輝いているものとする。

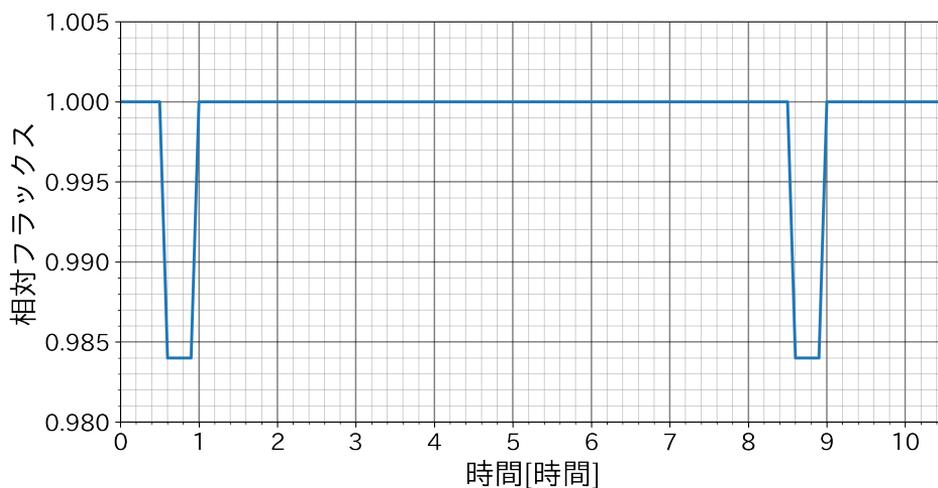


図 2-3 ある恒星の光度曲線

(b) 実際には、恒星は周縁減光しているので恒星面は一様には輝いておらず、光度は食の極小部分において一定にはならない。しかし、一様に輝いていると仮定しても図 2-4 のように食の極小部分で光度が一定にならない場合がある。これはなぜか、理由を説明せよ。

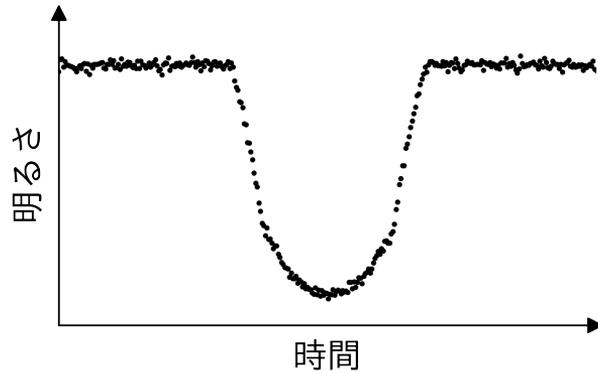


図 2-4 食の部分で光度が一定にならない光度曲線

アストロメトリ法や視線速度法で観測する主星のふらつきは、惑星が存在していればほぼ確実に生じる現象である。それに対し、トランジット法で観測する減光は、惑星が存在していたとしても生じることは極めて少ない。以下ではその理由を考察していこう。恒星半径  $R$ 、惑星の軌道長半径  $a$ 、惑星の軌道傾斜角  $i$  の仮想的な系外の恒星-惑星系を考える (図 2-5 参照)。ただし、簡単のため惑星は恒星を中心とする円軌道を描くものとする。

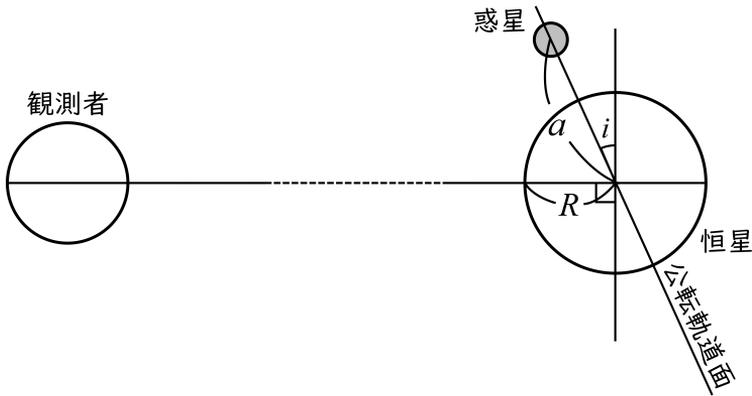


図 2-5 仮想的な系外の恒星-惑星系

(c) 理由の一つとして、観測者から見て惑星が恒星の前を通過しないといけなことがあげられる。惑星の軌道を円と仮定する。観測者が恒星の食を観測できるために、 $R, a, i$  の間に成り立つ関係式を導け。また、この結果から、観測対象の恒星が図 2-5 に示したような恒星-惑星系を持つとしたときに観測者がトランジットを観測できる確率を、 $R, a, i$  を用いて表せ。ただし地球から見た軌道面はランダムな方向を向くことから  $\cos i$  は一様な確率分布に従うことを用いよ。

(d) トランジットを起こす軌道であったとしても惑星の公転周期が長いと 1 つの観測にかかる時間が長くなり、観測することは現実的でない。トランジット法により系外惑星を見出す際、減光が惑星のトランジットによるものであると結論付けるためには、最低 3 回の減光を観測したい。惑星の軌道を円、軌道傾斜角を  $90^\circ$ 、さらに恒星の質量を  $M[M_\odot]$  と仮定する。観測対象の恒星が惑星を持ち、かつそれがトランジットを起こす軌道であると仮定したときに、トランジットを 3 回観測するために必要な時間の最小値を、 $a$  を用いて表せ。ここで、 $a$  の単位は天文単位としてよい。解答に際して単位に注意し、なおかつ明記すること。ただしトランジット継続時間は無視できるとする。

**問 2.** 系外惑星探査が行われている目的の一つとして、地球外での生命の発見がある。生命活動には液体の水が必須である。水が液体で存在できる円環領域のことをハビタブルゾーンと呼び、生命が存在する可能性がある惑星が位置するのはハビタブルゾーンに限られることが知られている。本問ではこれについて考察をしよう。ただし、ハビタブルゾーンは天体が受け取る単位時間、単位面積あたりのエネルギー量のみ依存して決まるものとする。

質量が  $\frac{1}{10}M_\odot$ 、光度が  $\frac{1}{1000}L_\odot$  である恒星 X に、その周囲を公転する系外惑星 Y が見つかったとする。また、恒星 X の放射エネルギーの最強波長は  $1.0 \mu\text{m}$  であった。以下の設問において、系外惑星 Y の質量は恒星 X の質量に比べ十分に小さく、無視できるとしてよい。また、太陽の放射エネルギーの最強波長は  $0.5 \mu\text{m}$ 、太陽の表面温度は  $5800 \text{ K}$  とする。

- (1) 恒星 X のスペクトル型を答えよ。
- (2) 恒星 X の半径は太陽半径の何倍か。
- (3) 恒星 X のハビタブルゾーンの恒星 X からの距離の範囲を天文単位で求めよ。ただし、太陽のハビタブルゾーンは太陽から  $1.0 \text{ au} \sim 1.5 \text{ au}$  の範囲である。
- (4) 系外惑星 Y のトランジットを観察することで、図 2-6 に示す光度曲線を得た。系外惑星 Y は (3) で計算したハビタブルゾーン内に存在するか。

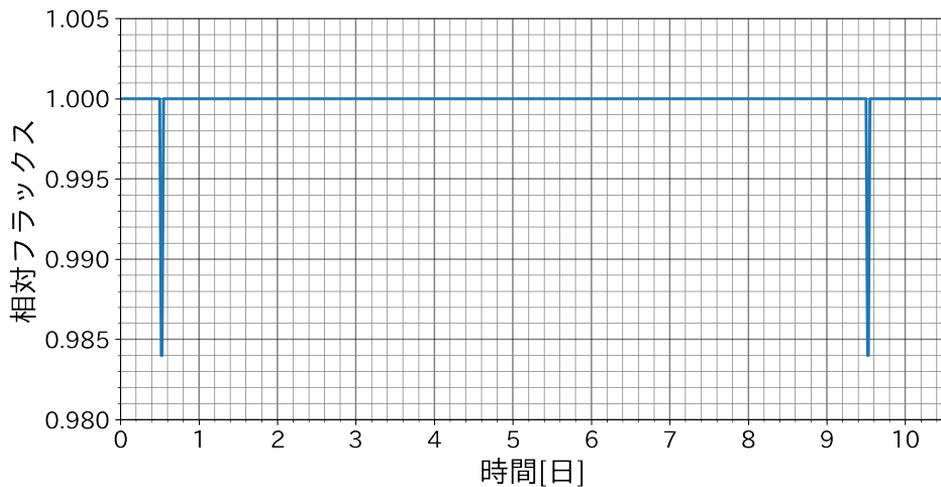


図 2-6 恒星 X の光度曲線

**問 3.** ここまでの問題を踏まえて、次の問いに答えよ。

(1) 近年、系外惑星探査の多くは太陽系から比較的近距离にあり、赤色矮星と呼ばれる直径が小さく表面温度の低い主系列星を対象に行われている。その理由を思いつく限り挙げ、定性的に説明せよ。

(2) ペガサス座 51 番星など、恒星に非常に近い軌道をとる木星型惑星が数多く発見されている。このような惑星は恒星に近いことから温度が高く、ホット・ジュピターと呼ばれている。ホット・ジュピターが数多く発見されているのは、その絶対数が多いからではなく、観測しやすい条件が揃っているからである。この条件を思いつく限り挙げ、定性的に説明せよ。

### 第3問.

(注意) 解答用紙に式や考え方を書く欄がある問題については、解答に至るまでの説明を付すこと。ただし、本問では星間減光などの影響は考えないものとする。

銀河は多数の恒星や星間物質といったバリオンや、ダークマターなどが集まり、自己の重力により束縛している系である。宇宙の長い歴史の中で、銀河はその内部で星を作ったり、他の銀河との合体を経たりして成長してきたと考えられている。銀河の内部で単位時間あたりに作られる恒星の質量を星形成率 (star formation rate: SFR) と呼ぶ。星形成率の単位として、一般に太陽質量/年 ( $M_{\odot}/\text{yr}$ ) が用いられている。SFR を求める方法として、様々な方法が提唱されている。

**問 1.** 銀河の SFR を求めるために良く用いられる方法の 1 つに、水素の再結合線の 1 つである  $H\alpha$  輝線を用いる手法がある。 $H\alpha$  輝線として単位時間あたりに放射されているエネルギー量、つまり  $H\alpha$  輝線の光度  $L_{H\alpha}$  を用いて、SFR は

$$\text{SFR}[M_{\odot}/\text{yr}] = 5.5 \times 10^{-35} \times L_{H\alpha}[\text{J/s}] \quad (\text{eq. 1})$$

という関係式で推定できることが知られている。

(1)  $H\alpha$  輝線は主に強いエネルギー放射によって水素が電離した領域から放射される。中性水素原子を電離させるために最低限必要なエネルギーは  $2.18 \times 10^{-18} \text{ J}$  である。このエネルギーを持つ光子の波長を有効数字 3 桁で求めよ。ただしプランク定数  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$  を用いて、振動数  $\nu$  [1/s] の光子の持つエネルギー  $E$  [J] は  $E = h\nu$  と表される。また光速  $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$  である。

(2) 星間空間において、(1) で求めた波長の光の主要な放射源となる主系列星のスペクトル型として最も適当なものを、次の①～④の中から選択せよ。

① O 型星 ② A 型星 ③ G 型星 ④ M 型星

(3) (eq.1) のように、強い  $H\alpha$  輝線を放つほど大きい SFR を持つという関係が成り立つ理由を考察せよ。具体的な数値や文字式などを用いた議論でなくても構わない (定性的でよい)。ただし、 $H\alpha$  輝線を用いて推定できる SFR は直近 1 億年程度のタイムスケールでの星形成活動であることに留意せよ。

**問 2.** ある望遠鏡と分光器を用いて、距離  $4.5 \times 10^7 \text{ pc}$  離れた銀河 A のスペクトルを取得した。観測したスペクトルの中から  $H\alpha$  輝線周辺を取り出したスペクトルが図 3-1 上側に、さらに  $H\alpha$  輝線に対応する範囲のみを拡大した結果が図 3-1 下側に示されている。

図 3-1 において横軸は波長を示している。また縦軸はエネルギーフラックス密度 (flux density) と呼ばれる値であり、単位時間、単位面積あたりに受け取る単位波長あたりのエネルギー量を示している。宇宙論的効果による波長やエネルギーフラックス密度のずれ、大気や星間減光による影響などは全て補正されているものとする。

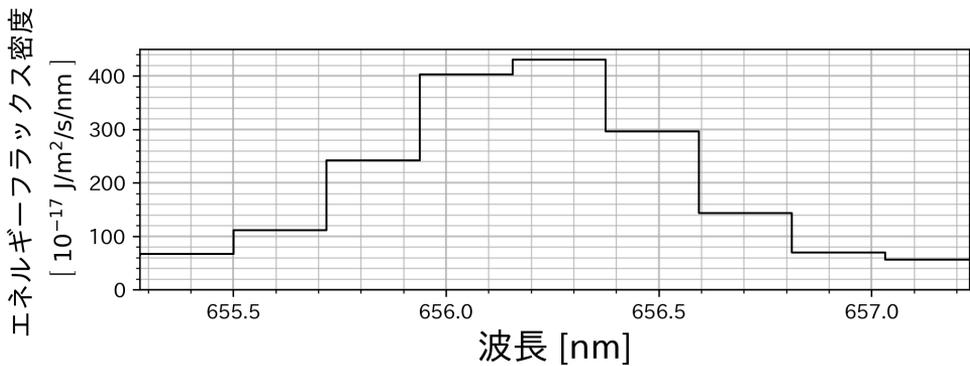
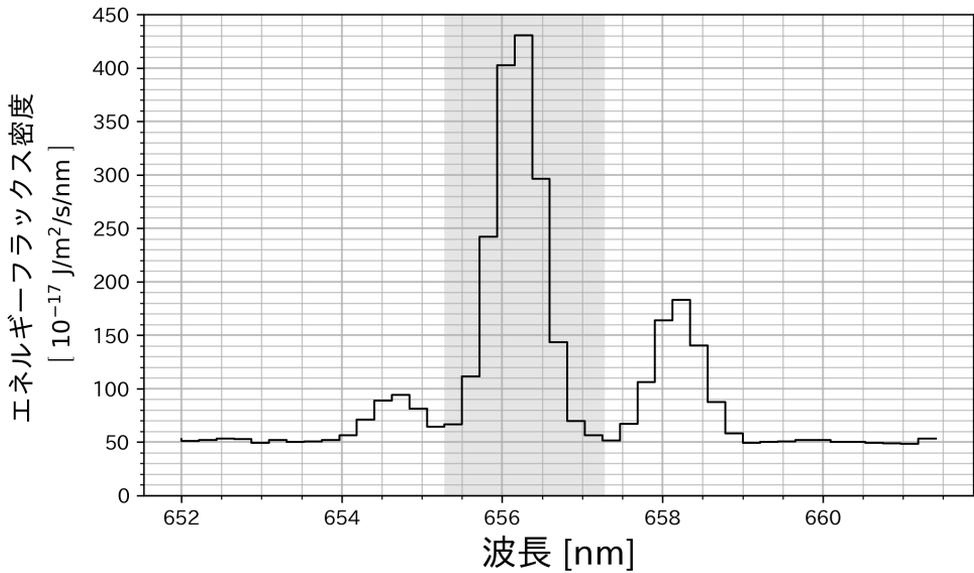


図 3-1 (上側) 取得した銀河 A の  $H\alpha$  輝線周辺のスペクトル。縦軸はエネルギーフラックス密度を示しており、 $10^{-17} \text{ J/m}^2/\text{s}/\text{nm}$  で規格化している。灰色で影を付けた領域が  $H\alpha$  輝線に対応する波長域であり、図 3-1 下側にて拡大されている。

(下側) 図 3-1 上側の灰色で影を付けた  $H\alpha$  輝線の波長域を拡大したスペクトル。

(1) 観測天文学では、分光観測時の波長分解能を議論するために  $R$  という指標が用いられることが多い。 $R$  は波長分解能  $\Delta\lambda$  に対する波長  $\lambda$  の比  $R = \lambda/\Delta\lambda$  として定義される。図 3-1 に示したスペクトルを取得したときの  $R$  を有効数字 1 桁で求めよ。

問 1 で議論した手法を用いて、 $H\alpha$  輝線の光度から銀河 A の SFR を求めよう。図 3-1 内の  $\lambda = 656.3 \text{ nm}$  周辺に見られる輝線が  $H\alpha$  輝線である。本問では、 $H\alpha$  輝線は図 3-1 下側で示した領域のみに広がっているものとする。また図 3-1 下側に示した波長帯では、図 3-1 上側に見られる  $H\alpha$  輝線以外の輝線の寄与は無いものとしてよい。

(2) 上の仮定の下で、図 3-1 下側に示した波長域のエネルギーフラックス密度では、銀河の連続光由来のエネルギーフラックス密度と  $H\alpha$  輝線由来のエネルギーフラックス密度が足し合わさっている。簡単のため、銀河の連続光は図 3-1 上側に示した波長域で一定であると仮定しよう。 $H\alpha$  輝線やそれ以外の輝線の寄与が無い波長域のエネルギーフラックス密度を調べるこ

とで、上記の波長域における銀河の連続光由来のエネルギーフラックス密度を有効数字1桁で推定せよ。

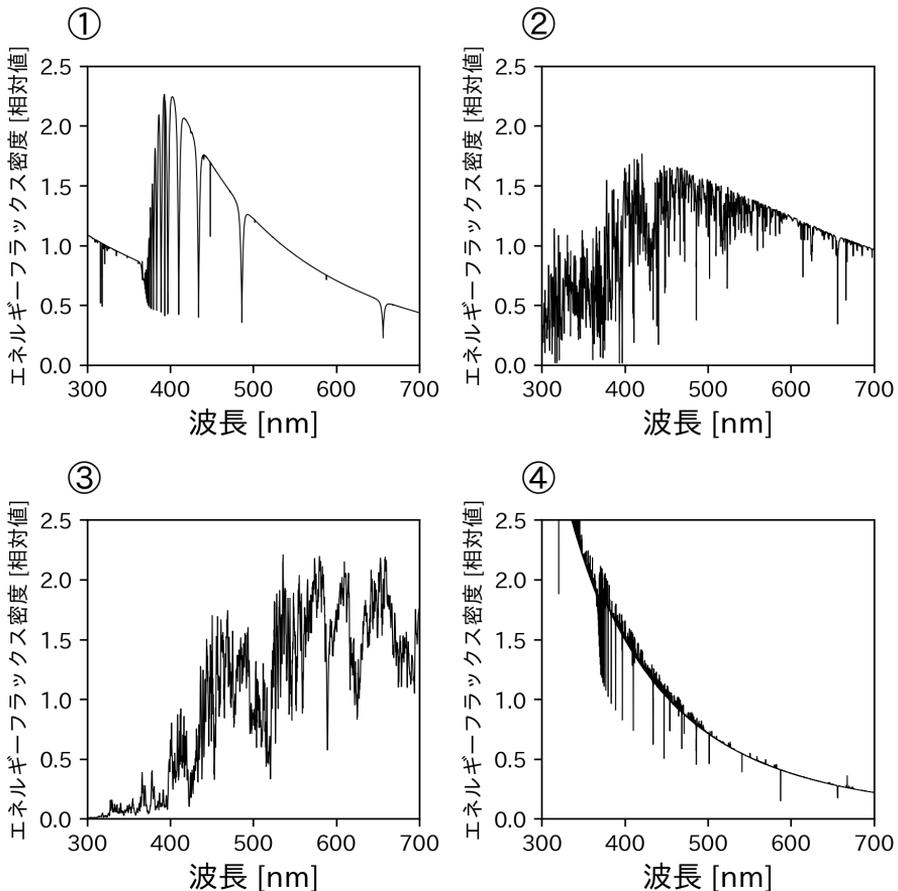
(3) 図3-1 下側に示されたスペクトルを基に、単位時間、単位面積あたりに受け取る  $H\alpha$  輝線全体のエネルギー量 (フラックス: flux) を有効数字1桁で求めよ。ただし、(2) で推定した銀河の連続光由来のエネルギーフラックス密度を用いて、銀河の連続光による寄与を差し引くこと。またエネルギーフラックス密度は単位時間、単位面積あたりに受け取る単位波長あたりのエネルギー量であることに留意せよ。

(4) (3) で求めた  $H\alpha$  輝線のフラックスを用いて、 $H\alpha$  輝線の光度  $L_{H\alpha}$  を有効数字1桁で求めよ。ただし、光度は単位時間あたりに銀河が放射するエネルギー量であり、フラックスは単位時間、単位面積あたりに受け取るエネルギー量であることに留意せよ。また  $1 \text{ pc} = 3.08 \times 10^{16} \text{ m}$  である。

(5) (4) で求めた  $L_{H\alpha}$  を (eq.1) に代入し、銀河 A の SFR を有効数字1桁で求めよ。

**問3.** 銀河の SFR を推定する手法として、 $H\alpha$  輝線を用いた手法以外にも、銀河のスペクトル全体に注目する手法がある。恒星のスペクトルの足し合わせとして銀河のスペクトルを解釈することで、どの時代にどの程度の質量の恒星が作られたと考えれば観測された銀河の連続光が説明できるのかを議論する方法である。

(1) 太陽の可視光スペクトルに最も近いものを、以下の①～④の中から選択せよ。



一般に恒星が作られるときに、どのような質量の恒星がどの程度作られるのかはある分布関数に従うと考えられている。この関数は初期質量関数 (initial mass function: IMF) と呼ばれており、代表的な IMF として Salpeter (1955) による IMF が知られており、Salpeter は  $M$  から  $M + \Delta M$  の間の質量を持って形成される恒星の個数  $N$  が  $M^{-2.35} \Delta M$  に比例するとしている。

(2) 主系列星における質量光度関係として、光度が質量の 3 乗に比例すると仮定する。Salpeter の IMF に従って誕生したばかりの恒星の集団をまとめて観測したとき、重い恒星と軽い恒星、どちらがその光度に寄与すると考えられるか。理由も含めて解答せよ。

(3) 銀河は長い宇宙の歴史の中でその SFR を時間によって変化させながら進化してきたと考えられている。本問では様々な年代に形成された恒星の集団を考え、様々な波長において現在どのような明るさで観測されるかを考えよう。ただし、恒星は Salpeter の IMF に従って形成されるとし、簡単のため恒星は  $0.1M_{\odot}$ ,  $1M_{\odot}$ ,  $10M_{\odot}$ ,  $100M_{\odot}$  の主系列星だけを考えるものとする。Salpeter IMF に従って合計して  $10^6 M_{\odot}$  の恒星が形成された時に、各質量の主系列星が形成される個数を表 3-1 に示した。

また、各恒星は主系列星の寿命の間は同じ光度で光り続けるとし、主系列星としての寿命を迎えると、恒星の集団の光度に一切寄与しないものとする。本問で考える各質量の主系列星の寿命と様々なフィルターで観測した際の光度（相対値）を表 3-1 に示した。ただし、各フィルターについての説明は表 3-2 に示している。本問において光度を解答する際には、各計算結果ごとに V バンドフィルターの値が 1.0 になるように規格化して答えること。

表 3-1 各質量の主系列星の, Salpeter IMF に従って  $10^6 M_{\odot}$  の恒星が形成されたときに形成される個数, 寿命, および 1 個あたりの光度

	計 $10^6 M_{\odot}$ の恒星が 形成されたときに作られる個数	主系列星としての 寿命	1 個あたりの光度 (相対値)				
			U	B	V	R	I
$0.1M_{\odot}$	$5.8 \times 10^6$ 個	$3.2 \times 10^{12}$ yr	$1.30 \times 10^{-5}$	$2.00 \times 10^{-4}$	$7.00 \times 10^{-4}$	$2.00 \times 10^{-3}$	$1.23 \times 10^{-2}$
$1M_{\odot}$	$2.5 \times 10^5$ 個	$1.0 \times 10^{10}$ yr	0.238	0.637	1.00	1.16	1.23
$10M_{\odot}$	$1.2 \times 10^4$ 個	$3.2 \times 10^7$ yr	0.690	1.54	1.93	2.01	1.93
$100M_{\odot}$	$5.0 \times 10^2$ 個	$1.0 \times 10^5$ yr	$1.29 \times 10^2$	$1.02 \times 10^2$	72.3	55.7	38.5

表 3-2 本問で用いられているフィルター

フィルター名	主要な透過波長域 [nm]
U バンド	300-430
B バンド	350-540
V バンド	460-640
R バンド	520-800
I バンド	660-960

- (a) 形成されたばかりの  $10^6 M_{\odot}$  の恒星集団を各フィルターで観測した際の光度を有効数字 2 桁で求め、表に記入せよ。
- (b) 銀河 C では、 $1.2 \times 10^{10}$  年前に  $10^9 M_{\odot}$  の恒星集団が、 $6 \times 10^9$  年前に  $10^9 M_{\odot}$  の恒星集団が形成されてきたとする。銀河 C を各フィルターで観測した際の光度を有効数字 2 桁で求め、表に記入せよ。
- (c) 銀河 D では、 $6 \times 10^9$  年前に  $10^9 M_{\odot}$  の恒星集団が、 $5 \times 10^6$  年前に  $10^9 M_{\odot}$  の恒星集団が形成されてきたとする。銀河 D を各フィルターで観測した際の光度を有効数字 2 桁で求め、表に記入せよ。
- (4) 図 3-2 に 2 つの銀河 E, F のスペクトルを示した。2 つの銀河のうち、より最近の星形成によって作られた星の割合が大きいと考えられるのはどちらの銀河であるか。(3) の結果を踏まえて星形成の歴史と銀河の連続光成分の関係について簡単に考察した上で、理由を含めて答えよ。

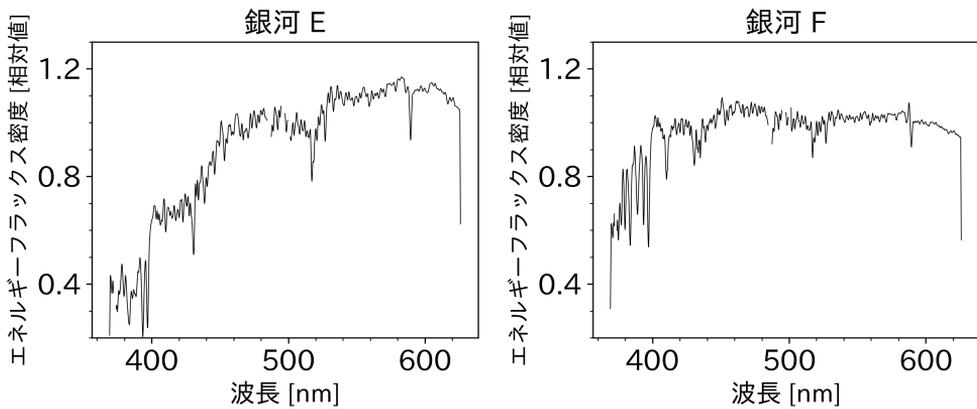


図 3-2 銀河 E, F のスペクトル。縦軸はエネルギーフラックス密度を示しており、相対値である。またいくつかの輝線のある波長域は除いてプロットしている。

第4問. 以下の文章を読み, 問に答えよ。また, 解答用紙に式や考え方を書く欄がある問題については, 解答に至るまでの説明を付すこと。次の定数・関係を用いても良い。

光速： $c = 299792 \text{ km/s}$

光年とパーセクの変換： $1 \text{ 光年} = 0.306601 \text{ pc}$

円周率： $\pi = 3.141593$

グラフ用紙は3枚配布する。問題文中の指示に従い, 2枚を提出せよ。残り1枚は予備である。自由に用いて構わず, 提出も受け付けない。また, 散布図やグラフには必ず以下の内容を含めること。散布図・グラフにおいて, 以下の要素がないときは, 減点, もしくは対象答案を採点しないことがある。

- 用紙の隅にある所定の欄への受験番号の記入
- 横軸・縦軸の目盛・目盛のラベル
- 横軸・縦軸の軸ラベル・単位
- 図のタイトル

散布図・グラフの例を図4-0に挙げる。

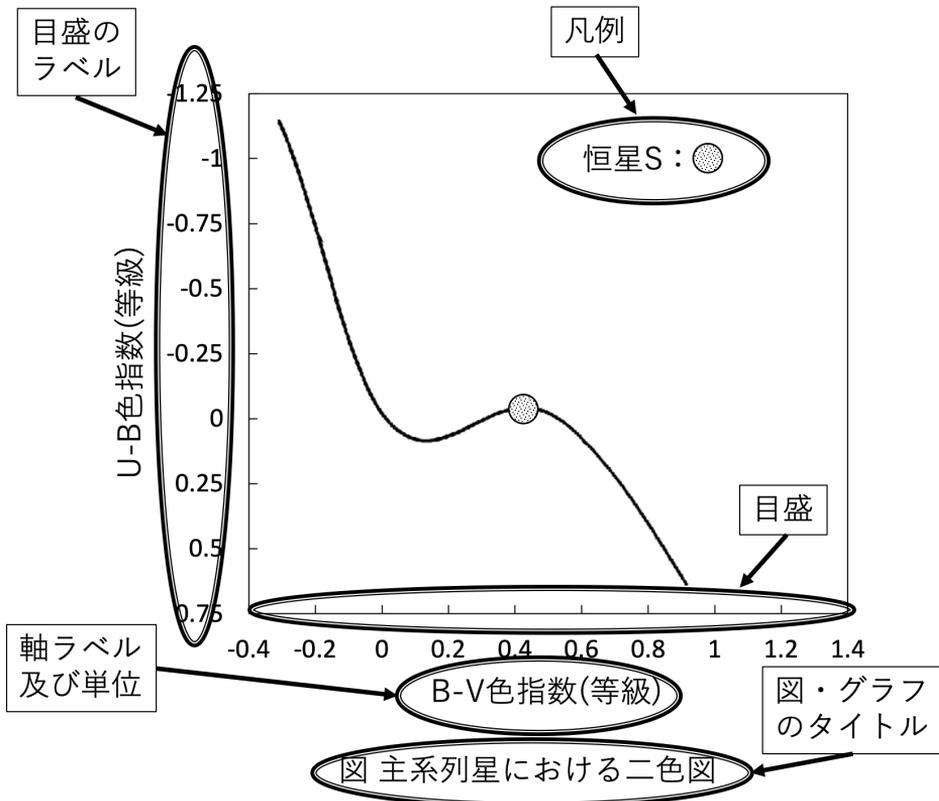


図4-0 散布図・グラフのかき方

天文学において、人々は天体までの距離を求めようとさまざまな試みを行ってきた。星団 H は星団に属する恒星が比較的明るく観測しやすい星団であり、その距離については古くから議論されていた。

星団 H 周辺に見られる恒星 10 個のデータを表 4-1 に示す。

表 4-1 星団 H 周辺に見られる恒星 10 個のデータ (2000 年分点)

No.	星の赤経 ( $\alpha$ )		星の赤緯 ( $\delta$ )		V 等級	B 等級	固有運動 ( $\mu_\alpha$ )	固有運動 ( $\mu_\delta$ )	視線速度 ( $v_r$ )
	[h]	[m]	[°]	[']	[等級]	[等級]	[ $10^{-3}''$ /年]	[ $10^{-3}''$ /年]	[km/s]
1	4	29	19	11	3.529	4.540	107.526	-36.200	38.4
2	4	20	15	38	3.642	4.650	115.460	-23.420	38.5
3	4	23	17	33	3.753	4.740	106.212	-27.692	37.6
4	4	38	12	31	4.262	4.390	104.695	-14.861	39.5
5	4	25	17	56	4.298	4.369	107.316	-31.000	39.4
6	4	39	15	55	4.665	4.842	83.170	-20.970	40.8
7	4	21	15	6	5.242	5.475	108.443	-21.171	36.2
8	4	31	13	43	5.395	5.655	106.565	-19.249	38.8
9	4	31	15	42	5.454	5.739	103.488	-24.354	39.2
10	4	23	16	47	5.625	5.957	106.971	-26.247	39.6

固有運動とは地球上から見たときの各恒星が天球上を移動する見かけの速さのことであり、表 4-1 中の  $\mu_\alpha$  ["/年] は赤経上の速度を、 $\mu_\delta$  ["/年] は赤緯上の速度を表している。 $\mu_\alpha$ 、 $\mu_\delta$  と、恒星の地球からみたときの天球上の接線方向へ動く実際の速度 (接線速度)  $v_t$  [km/s] の関係を恒星までの距離  $d$  [pc] を用いて表すと、比例定数  $C$  を用いて

$$v_t = Cd\sqrt{\mu_\alpha^2 + \mu_\delta^2}$$

と表せる。

**問 1.** 比例定数  $C$  にあてはまる数字を有効数字 4 桁で求めよ。

視線速度とは天体を持つ速度の視線方向の成分であり、各恒星が観測者から遠ざかる速さを示している。視線速度は光のドップラー効果を用いて求めることができる。

**問 2.** 静止した観測者が  $v_r$  で遠ざかる天体を観測するとき、観測される波長  $\lambda_o$  と本来の恒星の波長  $\lambda_s$  の関係を、 $c$  及び  $v_r$  を用いて表せ。

上記の方法で測定した視線速度は、銀河系の中心を公転している太陽系自身の運動や地球の公転・自転の影響を受ける。表 4-1、および表 4-3 内の、視線速度のデータは全て太陽系及び地球の運動による補正をしているものとする。

星団の中には、属する恒星がすべて同じ方向に運動している星団があることが知られている。このような星団は運動星団と呼ばれ、離れた観測者から見ると、運動星団に属する全ての恒星

の固有運動は、ある1点に収束するように、もしくはある1点から拡散するように、天球上で観測される。運動星団の天球上での動きの収束先となるような点、もしくは拡散元となるような点を点Xとする。

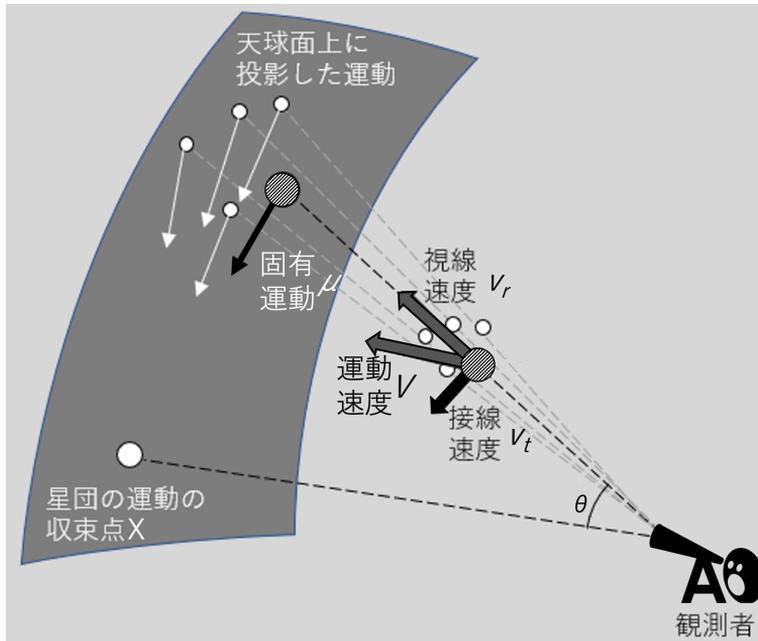


図 4-1 星団の運動を天球上に投影した場合の模式図

**問 3.** 以下の手順に沿って、点 X の天球上の座標を [m] 及び [°] まで求めよ。解答にはグラフ用紙①を用いること。なお、グラフ用紙①は採点対象であるため、必ず所定の欄に受験番号を記入の上提出すること。

- 手順 1 グラフ用紙①の横軸を赤緯、縦軸を赤経として適切に目盛を設定し、表 4-1 の No. 1, 8, 9 の 3 個の恒星を配布したグラフ用紙にプロットせよ。ただし、本問では天球上の比較的狭い領域について議論するので、赤道座標系を平面上で取り扱うことによる問題はなく、以降の問題においても、緯度ごとの経度 1° 分の長さは変わらないものとする。
- 手順 2 No. 1, 8, 9 の 3 個の恒星のプロットに対し、固有運動の方向に直線を引き、できた 3 つの交点を確認せよ。このとき、交点がグラフ外にできる場合は手順 1 に戻ること。
- 手順 3 表 4-1 の残り 7 つの恒星をグラフ用紙にプロットせよ。
- 手順 4 3 つの交点の位置の平均を求めなさい。ただし、点の位置の平均とは、各点ごとの赤緯及び赤経の平均値の位置である。
- 手順 5 手順 3 で求めた交点を点 X とする。以後の問題では、ここで求めた点 X を星団 H における点 X として解答すること。

**問 4.** 各恒星の運動速度  $V$  及び各恒星の接線速度  $v_t$  を、 $v_r$  及び  $\theta$  を用いて表せ。また、No. 1 ~ 10 の 10 個の恒星について以下の値を有効数字 3 桁で求め、解答用紙の表に記入せよ。

- 各恒星の点 X からの距離  $\theta$ [°]
- 各恒星の運動速度  $V$ [km/s]
- 各恒星の接線速度  $v_t$ [km/s]
- 各恒星までの距離  $d$ [pc]

以降、星団 H は No. 1~10 の 10 個の恒星のみで構成されるものとする。

**問 5.** 星団 H の運動速度  $V$ [km/s] と星団 H までの距離  $d$ [pc] を有効数字 3 桁で求めよ。なお、星団の運動速度や太陽系からの距離は、星団に属するそれぞれの恒星の運動速度や各恒星までの距離の平均値とする。

**問 6.** 星団 H の半径  $R$ [pc] を有効数字 2 桁で求めよ。解答に至るまでの途中式も書くこと。ただし、 $R$  に対応する星団 H の視半径  $r$ [°] は、星団に属する恒星の赤緯・赤経を平均したものを中心 O として、O から最も視距離が遠い恒星までの距離とする。

次は星団の年齢について考えよう。星団の年齢を推定するためには星団内の恒星の色が重要となる。天文学では、色指数と呼ばれる指標を用いて、天体の色を議論することが多い。表 2 のように様々なフィルターを用いて天体の等級を測定したとき、色指数は短い波長帯のフィルターで観測したときの等級から長い波長帯のフィルターで観測したときの等級を引いた値として定義される。例えば B バンドフィルターと V バンドフィルターを用いて観測した場合の色指数である「B-V 色指数」は、それぞれのフィルターを用いて測定した等級を B 等級・V 等級として、

$$B - V \text{ 色指数} = B \text{ 等級} - V \text{ 等級}$$

と計算される。また、V 等級は人間の目で観測される等級に近いので、実視等級として用いられることもある。

表 4-2 色指数の測定で用いられるフィルター

フィルター名	透過平均波長例 [nm]	透過する光	$\alpha$ UMi で観測されたデータ例 [等級]
U バンド	365	紫外線	3.00
B バンド	440	青 (可視光線)	2.62
V バンド	520	黄～緑 (可視光線)	2.02
R バンド	760	赤 (可視光線)	1.53
I バンド	800	赤外線	1.22

**問 7.**  $\alpha$  CMa と  $\alpha$  Ori ではどちらが B-V 色指数の値は小さいと考えられるか。B-V 色指数と人間の目で見たときの恒星の色との関係にも言及して答えよ。

恒星の光は星間物質により吸収・散乱され減光してしまうこと (星間減光) が知られている。とりわけ波長の短い光ほど散乱・吸収を受けやすいため、星間減光を受けた恒星の色は、真の恒星の色よりも赤く見えてしまう。この現象は星間赤化と呼ばれており、星間赤化を補正する一

つの手法として、横軸を B-V 色指数、縦軸を U-B 色指数とした二色図 (Color-Color diagram) と呼ばれる図が用いる手法があげられる。

**問 8.** 図 4-2 に、星間物質による影響を補正した後の一般的な主系列星の二色図を示した。二色図内に丸い印でプロットした主系列星 S は、星間物質による影響を補正しなかった場合は二色図上のどの位置にプロットされると考えられるか。図の記号のうち最も適切なものを一つ選び、理由とともに答えよ。

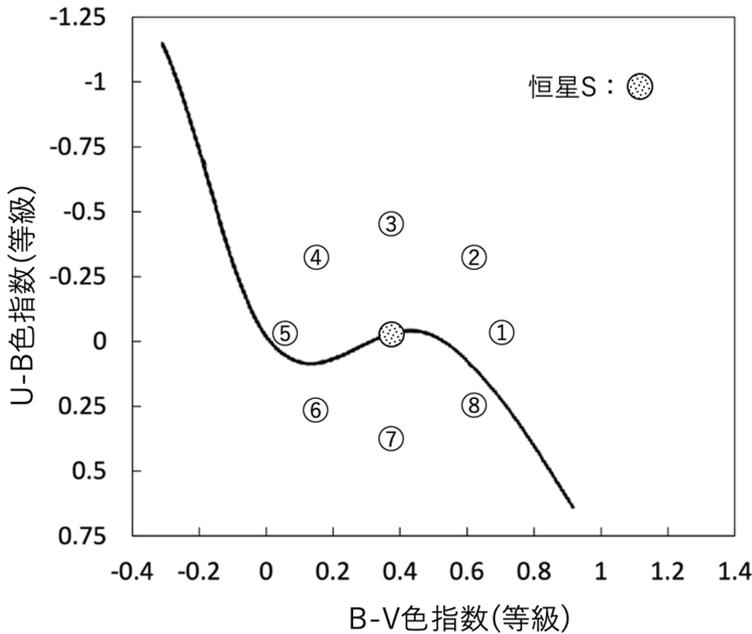


図 4-2 主系列星における二色図

表 4-1 及び表 4-2 で示した B 等級・V 等級はすでに星間減光の補正がされている。

星団を構成する恒星を、B-V 色指数を横軸に、V 等級を縦軸にしてプロットした図は CM 図 (Color-Magnitude diagram) と呼ばれ、その星団の特徴を調べる際によく用いられる。CM 図では B-V 色指数が小さく、V 等級の低い星はより左上に存在する。ある星団について作成した CM 図は、HR 図とほぼ同等の図として利用できることが知られている。

**問 9.** グラフ用紙②に、横軸を B-V 色指数、縦軸を V 等級として適切に目盛を設定し、表 4-1 の 10 個の恒星をプロットし、CM 図を作成しなさい。グラフ用紙②は、必ず所定の欄に受験番号を記入の上提出すること。

実際に CM 図を用いて星団の年齢を求めてみよう。HR 図では、恒星の質量ごとに、恒星が進化の過程で通るルートが変わってくる。同じ年齢を持つ恒星の分布を示した線は、等時線と呼ばれており、年齢ごとに特徴があることが知られている。等時線の時間変化は CM 図においても見ることができる。よって、観測データから作成した CM 図を用いて、主系列星の関係を離れて右上へと変化していく点 (転向点) の位置を調べ、転向点がどこに存在するかを既知の等時線と比べることで大まかな年齢を知ることができる。図 4-3 は理論的に求められた、CM 図

における等時線である (ただし縦軸は V 等級を絶対等級に換算したものである)。

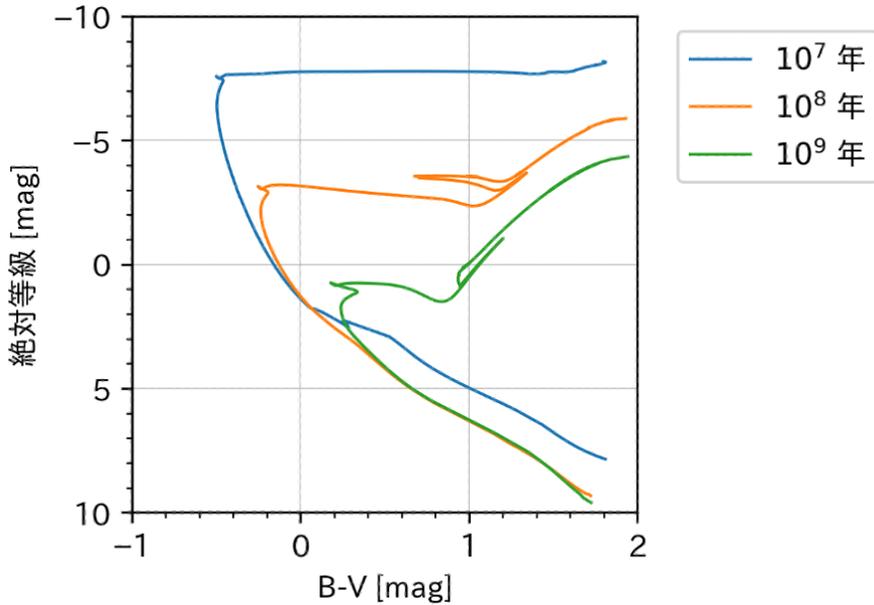


図 4-3 B-V 色指数と絶対等級, 及び星団の年齢の関係

問 10. 星団 H における転向点に該当する恒星を求めよ。ただし, 本問における転向点とは, 星団 H の中で最も青い天体の CM 図上での位置とする。

問 11. 星団 H の年齢として最も近いと考えられる値を, 図 4-3 の凡例の中から 1 つ選びなさい。

星団 H の領域に存在する恒星 A を観測したところ, 表 4-3 のようなのデータを得た。

表 4-3 星団 H の領域に見られる恒星 A のデータ (2000 年分点)

No.	星の赤経 ( $\alpha$ )		星の赤緯 ( $\delta$ )		V 等級	B 等級
	[h]	[m]	[ $^{\circ}$ ]	[ $'$ ]	[等級]	[等級]
A	4	36	16	31	0.860	2.400

No.	固有運動 ( $\mu_{\alpha}$ )	固有運動 ( $\mu_{\delta}$ )	視線速度 ( $v_r$ )	年周視差	年齢
	[ $10^{-3}''$ /年]	[ $10^{-3}''$ /年]	[km/s]	[ $10^{-3}''$ ]	[億年]
A	63.450	-188.940	49.0	48.9	66

問 12. 表 4-3 の視線速度と固有運動より, 恒星 A の三次元空間での運動速度  $V$  [km/s] を有効数字 3 桁で求めよ。解答に至るまでの途中式も書くこと。

問 13. 現在恒星 A は星団 H に所属しているか, また, 恒星 A と星団 H の起源は同じか, 理由とともに述べよ。

# 計 算 用 紙

(切り離さずに用いよ.)

# 計 算 用 紙

(切り離さずに用いよ.)



*Japan Astronomy Olympiad*