

第2回天文学オリンピック 本選 解答例

第1問

問1

(1) 地球の大気上端で、太陽放射に垂直な面が、単位時間、単位面積あたりに受けとる太陽放射のエネルギー量。

$$(2) S_1 = \frac{1-A}{4} S_0$$

$$(3) T = \sqrt[4]{\frac{1-A}{4\sigma}} S_0 \simeq 255 \text{ K} (-18^\circ\text{C})$$

(4) 地球表面の平均気温は 15°C 程度であるので、(3) で求めた放射平衡温度よりも有意に大きい。これは、大気中の水蒸気や二酸化炭素などの温室効果ガスは、主に可視光線からなる太陽放射をあまり吸収しないのに対し、主に赤外線からなる地球放射をよく吸収・再放射するため。

問2

(1) 短周期彗星の軌道が1つの平面に集中していることから、短周期彗星の起源とされる領域・エッジワース・カイパーベルトは円盤状をしている。それに対し長周期彗星はあらゆる方向からやってくるため、起源となる天体群であるオールトの雲はあらゆる方向に、すなわち球殻状に分布している。

(2) ケプラーの第三法則より、求める軌道長半径は $200^{\frac{2}{3}} \simeq 34 \text{ au}$ である。これは、海王星の軌道長半径 (30 au) とほぼ等しい。

$$(3)(a) \frac{1-0.999}{1+0.999} \times 5.20 \text{ au} \simeq 2.6 \times 10^{-3} \text{ au}$$

(3)(b) 極めて1に近い離心率を持つ短周期彗星は、(3)(a) で求めた通り太陽に非常に近い地点を通るため、近日点で受ける太陽の放射エネルギーが非常に大きい。そのため、氷でできている彗星は崩壊する可能性が高い。さらに太陽の潮汐力による破壊などが起きる可能性も高く、このような周期彗星は存在すると考えづらいから。

問3

(1) 特徴：コンドリュールと呼ばれる球状の粒子を含む。

起源：熱による分化を経験していない天体を起源とする。

(2) 熱による分化を経験した天体の核を起源とする。

(3) 木星型惑星が位置する雪線より外側の領域では水が固体の状態で存在しており、内側よりも惑星形成の材料となる固体物質が多くなるため。また、軌道長半径の大きい惑星の方が、材料を集めることのできる面積が大きいため。

第2問

問1

(1)(a) 答え：イ：大きい，ロ：小さい，ハ：近い

理由：恒星からの光と惑星からの光を分離して観測しなくてはならないため。

(1)(b) 答え：② 赤外線

理由：赤外線では系外惑星はより明るく，恒星はより暗く見えるから。

(2)(a) $5.2 \text{ au} \times \frac{M_J}{M_\odot + M_J} \simeq 5.2 \text{ au} \times \frac{M_J}{M_\odot} = 5.2 \times 9.52 \times 10^{-4} \text{ au} \simeq 5.0 \times 10^{-3} \text{ au}$

また視差は， $\tan 1'' = \frac{1 \text{ au}}{1 \text{ pc}}$ より， $1'' \simeq \frac{1 \text{ au}}{1 \text{ pc}}$ である。よって， $\frac{5.0 \times 10^{-3} \text{ au}}{10 \text{ pc}} =$

$5.0 \times 10^{-4} \times \frac{1 \text{ au}}{1 \text{ pc}} \simeq 5.0 \times 10^{-4}''$ である。

(2)(b) 大気のゆらぎの影響を受けるから。

(2)(c) $19.3 \text{ ly} \simeq 5.93 \text{ pc}$ であるので，VB 10 のふらつきの軌道長半径は $(5.93 \times 4.42 \times 10^{-3}) \text{ au} \simeq 2.62 \times 10^{-2} \text{ au}$ である。ここで，ふらつきの軌道長半径，周期をそれぞれ $d[\text{au}]$, $P[\text{yr}]$ ，VB 10-VB 10b 間の距離を $a[\text{au}]$ ，VB 10，VB 10b の質量をそれぞれ $M[M_\odot]$, $kM[M_\odot]$ とする (k が求める値である)。このとき， $d = \frac{kM}{kM + M}a$ ， $\frac{a^3}{P^2} = kM + M$ が成り立つ。2式から a を消去して $\frac{(k+1)^2}{k^3} = \frac{P^2}{d^3}M$ ，すなわち $\frac{(k+1)^2}{k^3} \simeq 2.4 \times 10^3$ が成り立つ。選択肢の中で $\frac{(k+1)^2}{k^3}$ の値が最もこれに近くなるのは②である。

(3)(a) ドップラー効果より， $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$ が成り立つので，51 Peg の視線速度の最大値 v は $\frac{1.5 \times 10^{-4} \text{ nm}}{656 \text{ nm}} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s} \simeq 6.86 \times 10 \text{ m/s}$ である。また，グラフよりふらつきの周期 P は 4.2 日である。ふらつきの軌道長半径を d とすると， $v = \frac{2\pi d}{P}$ が成り立つことから，

$d = \frac{vP}{2\pi} \simeq 2.64 \times 10^{-5} \text{ au}$ である。さらに 51 Peg-51 Peg b 間の距離を a ，51 Peg，51 Peg b の質量をそれぞれ M , m とすると， $d = \frac{m}{m+M}a$ が成り立つ。 $m \ll M$ より $d = \frac{m}{M}a$ とできる。

さらに，惑星の質量を無視したケプラーの第三法則より $\frac{(a/\text{au})^3}{(P/\text{yr})^2} = M/M_\odot$ が成り立つ。この2式を連立して a を消去し， m について解くと， $m = \left(\frac{Md^3}{P^2}\right)^{\frac{1}{3}}$ となる。これに数値を単位に気を付けながら代入して， $m \simeq 5.36 \times 10^{-4} M_\odot \simeq 5.6 \times 10^{-1} M_J$ となる。また， $a = \frac{M}{m}d$ であったので， $a = \frac{1.11}{5.36 \times 10^{-4}} \times 2.64 \times 10^{-5} \text{ au} \simeq 5.5 \times 10^{-2} \text{ au}$ となる。

(3)(b) 大きい。視線速度変化の最大値は公転速度の $\sin i$ 倍である。 m は d に比例し， d は v に比例したので，真の質量を m_0 とすると $m = m_0 \sin i$ となるから。

(4)(a) 求める量を $x[R_J]$ とする。 $\left(\frac{x[R_J]}{1R_\odot}\right)^2 = \frac{1-0.984}{1}$ を解いて， $x[R_J] = 1.3 \times 10^{-1} R_\odot = 1.3 R_J$ となる。

(4)(b) 惑星の円盤が完全に恒星の円盤に入りきらない部分食のとき，惑星が恒星を隠す面積が一定とならないから。

(4)(c) 恒星面を惑星が通過しなければならないので， R, a, i の間に成り立たないといけない

関係式は $\cos i \leq \frac{R}{a}$ である。 $\cos i$ は一様に値をとるので、トランジットを起こす確率は $\frac{R}{a}$ である。

(4)(d) ケプラーの第三法則より、恒星の公転周期 $P[\text{yr}]$ は、 $P = \sqrt{\frac{a^3}{M}}$ とかける。3回トランジットを起こすには最低2回公転すればいいので、求める時間は $2\sqrt{\frac{a^3}{M}}$ 年である。

問2

(1) ウィーンの変位則より、恒星 X の表面温度は、 $\frac{2.9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{1.0 \mu\text{m}} = 2.9 \times 10^3 \text{ K}$ であるので、M型星である。

(2) 光度の定義とシュテファン・ボルツマンの法則より、シュテファン・ボルツマン定数 σ を用いた関係式 $L = 4\pi\sigma R^2 T^4$ が成立する (L : 光度, R : 半径, T : 表面温度)。よって、 $\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4$ が成り立つので、問題文で与えられた数値を代入すると、 $\frac{R}{R_{\odot}} = \frac{\sqrt{10}}{25} \simeq 1.3 \times 10^{-1}$ である。

(3) 単位面積に入射するエネルギーは恒星の光度に比例し、恒星からの距離の2乗に反比例するので、液体の水が存在できる恒星 X からの距離の下限を $d[\text{au}]$ とすると、 $1000 = \left(\frac{1}{d}\right)^2$ が成り立つ。よって、 $d = 3.2 \times 10^{-2} \text{ au}$ である。同様に、距離の上限は $4.7 \times 10^{-2} \text{ au}$ である。

(4) 光度曲線より、系外惑星 Y の公転周期は9日である。系外惑星 Y の軌道長半径を $a[\text{au}]$ とすると、ケプラーの第三法則より $\frac{a^3}{(9/365)^2} = \frac{1}{10}$ が成り立つので、これを解いて $a = 3.9 \times 10^{-2} \text{ au}$ 。これは前問(c)で求めたハビタブルゾーン内であるので、液体の水が存在できる。

問3

(1)

- 中心星である赤色矮星の質量は小さいことから惑星との共通重心周りを公転するときの軌道長半径が大きいため、中心星の視線速度の振幅も大きい。
- 赤色矮星の半径が小さいので、トランジットの際の減光率が大きく食を観測しやすい。
- ハビタブルゾーンが恒星に近いのでハビタブルゾーン内の惑星の周期が短く、トランジットの観測がしやすい。

(2)

- 惑星の質量が大きいため、恒星の視線速度変化が大きくなる。
- 惑星の半径が大きいため、トランジットの際の減光率が大きく食を観測しやすい。
- 公転周期が数日と短いため、短期間の観測でトランジットを観測できる。
- トランジットする軌道をとる確率が高い。

第3問

問1

(1) $91.2 \text{ nm} \quad \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2.18 \times 10^{-18}} \simeq 91.2 \text{ nm}$

(2) ① ウィーンの変位則 $\frac{2.9 \times 10^{-3}}{9.12 \times 10^{-8}} \simeq 3.2 \times 10^4 \text{ K}$ を参考に

(3) 水素の電離に必要なエネルギーを持つ (2) のような波長の放射を行うことができる主系列星は、高い表面温度を持つ大質量な恒星に限定される。そのような主系列星は一般に寿命が短いため、 $H\alpha$ 輝線は直近に星形成が行われた領域をトレースすることができると考えられる。

問2

(1) $3 \times 10^3 \quad R = \frac{656}{0.22} \simeq 3 \times 10^3$

(2) $5 \times 10^{-16} \text{ J/m}^2/\text{s/nm}$

(3) $3 \times 10^{-15} \text{ J/m}^2/\text{s}$

(4) $7 \times 10^{34} \text{ J/s} \quad L = 4\pi d^2 = 4\pi \times (4.5 \times 10^7 \times 3.1 \times 10^{16})^2 \simeq 7.3 \times 10^{34} \text{ J/s}$

(5) $4M_{\odot} / \text{yr} \quad \text{SFR} = 5.5 \times 10^{-35} \times L = 5.5 \times 10^{-35} \times 7.3 \times 10^{34} \simeq 4.0M_{\odot} / \text{yr}$

問3

(1) ②

(2) Salpeter IMF では質量の -2.35 乗に比例して作られる恒星の個数が減っていくことになる。一方で、質量光度関係より光度は質量の 3 乗に比例することを考えれば、重い恒星の方が光度への寄与は大きいと考えられる。

(3) 以下の表の通り。

小間番号	各波長域における光度 (Vバンドで1.0となるように規格化)				
	U	B	V	R	I
(a)	0.42	0.73	1.0	1.1	1.3
(b)	0.23	0.63	1.0	1.2	1.7
(c)	0.24	0.63	1.0	1.2	1.5

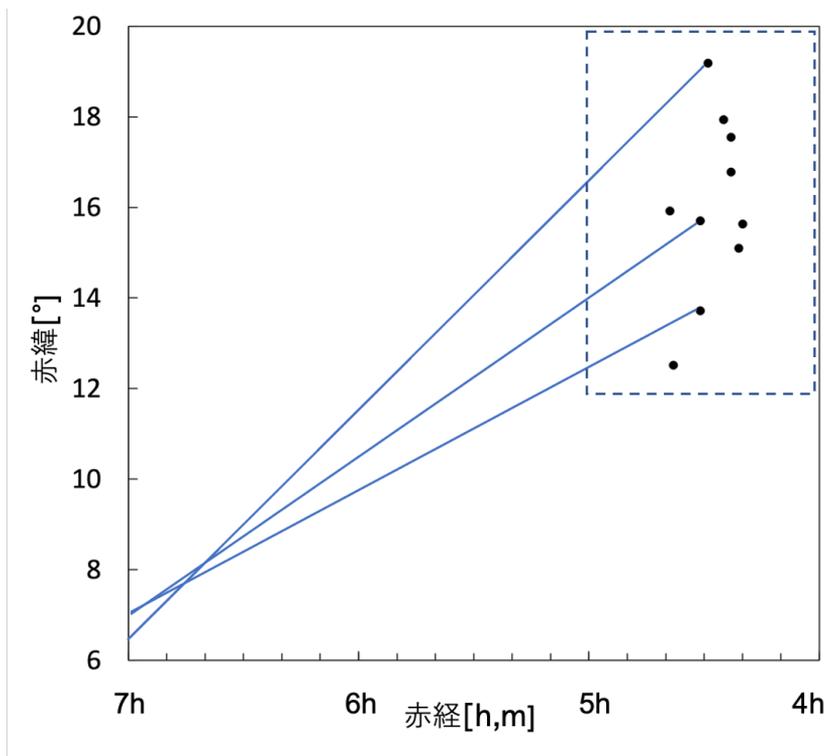
(4) (3) の結果より、恒星の集団が形成されてから時間が経過するほど長波長側で明るくなり、最近の星形成が起こると短波長側で明るくなる。よって、短波長側で明るい銀河 F の方が、より最近の星形成で作られた星が多いと考えられる。

第4問

問1 $C = 4.740$

問2 $\lambda_o = \frac{c + v_r}{c} \lambda_s$

問3 下図より, $6^{\text{h}}48^{\text{m}}, 7^{\circ}35'$ である。



問4 $V = \frac{v_r}{\cos \theta}, v_t = V \sin \theta = v_r \tan \theta$

No.	$\theta [^\circ]$	$V [\text{km/s}]$	$v_t [\text{km/s}]$	$d [\text{pc}]$
1	36.6	47.9	28.6	53.2
2	37.9	48.7	29.9	53.6
3	37.6	47.4	28.9	55.7
4	32.9	47.0	25.5	51.0
5	37.2	49.5	29.9	56.6
6	33.3	48.8	26.8	66.0
7	37.5	45.6	27.8	53.1
8	34.8	47.2	27.0	52.6
9	35.2	48.0	27.6	54.9
10	37.4	49.9	30.3	58.1

問5 $V = 48.0 \text{ km/s}, d = 55.4 \text{ pc}$

問6 No.1~10 における赤経及び赤緯を平均すると、赤経は $4^{\text{h}}28^{\text{m}}0^{\text{s}}$ 、赤緯は $16^{\circ}0'12''$ となる。よって、この位置が点 O となる。次に、点 O から各恒星までの距離を求める。 $4^{\text{h}}28^{\text{m}}0^{\text{s}}$ 、 $16^{\circ}0'12''$ は、それぞれ、 67.000° 、 16.003° と表せるので、各恒星の赤経・赤緯を角度表示で α 、 δ と表すと、各距離 θ は、 $\theta = \sqrt{(\alpha - 67.000^{\circ})^2 + (\delta - 16.003^{\circ})^2}$ と表せる。下の表は No.1~10 の恒星に対して、上式を使って各距離 θ を求めたものである。

No.	$\theta[^{\circ}]$	No.	$\theta[^{\circ}]$	No.	$\theta[^{\circ}]$
1	3.19	5	2.07	9	0.81
2	2.03	6	2.75	10	1.47
3	1.99	7	1.97		
4	4.29	8	2.41		

よって、No.1~10 の中で θ の値が最も大きく、中心 O から最も遠いといえる星は No.4 であり、その角距離は $\theta = 4.29^{\circ}$ である。平均距離が 55.4 pc とわかっているため、 $R = 55.4 \times 4.29 \times \frac{2\pi}{360} = 4.148 \dots \simeq 4.1 \text{ pc}$ とわかる。

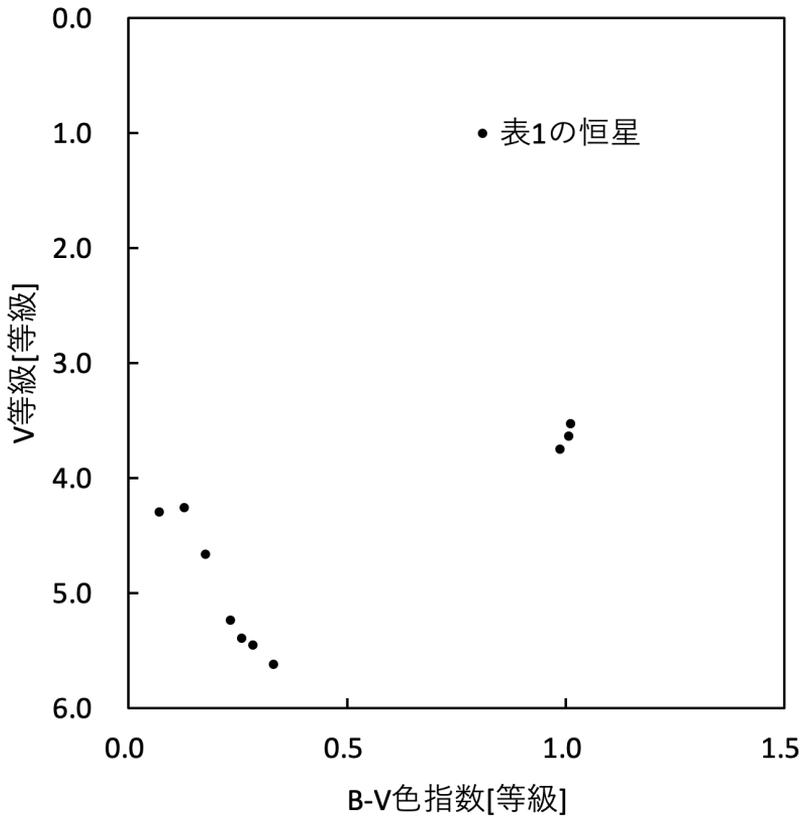
問7 $\alpha \text{ CMa}$

$\alpha \text{ CMa}$ は Sirius とも呼ばれ、代表的な青色をした A 型主系列星である。一方で $\alpha \text{ Ori}$ は Betelgeuse とも呼ばれ、代表的な赤色超巨星である。そのため、 $\alpha \text{ CMa}$ は B 等級の値が小さく V 等級の値が大きい一方で、 $\alpha \text{ Ori}$ は B 等級の値が大きく、V 等級の値は小さいと考えられる。よって、 $\alpha \text{ CMa}$ の B-V 色指数は $\alpha \text{ Ori}$ に比べて低いと考えられる。

問8 ⑧

星の明るさは星間物質を通過することにより減少するため、U 等級、B 等級、V 等級はいずれも、その値は大きくなる。とりわけ、波長の短い U ほど減光の効果を強く受け、等級の値の増加量は大きく、波長の長い V ほど減光の効果は弱く、等級の値の増加量は小さくなる。そのため、その差をとった U-B 色指数も B-V 色指数もどちらも増加しており、二色図上では右下の方向へと移動するはずである。これにあてはまるのは⑧である。

問 9



問 10 No.5

問 11 10^9 年

問 12 $V = 53 \text{ km/s}$

問 13 星団 H は、我々から 55.4 pc 先に半径 4.1 pc で存在するが、我々から 20.5 pc の距離に存在する恒星 A はこの星団 H の範囲内に存在していない。また、運動速度は近いものの、恒星 A は星団 H の収束点 X の方向に固有運動していない。このことから、恒星 A は星団 H に所属していないと言える。また、ともに年齢が大きく違い、二色図から推測される恒星の種類も違う（色が違う）ため、起源も違うと考えられる。以上より、恒星 A は星団 H に所属しておらず、また、恒星 A と星団 H の起源は同じではないと推測する。