

第4回日本天文学オリンピック 本選

理論問題

令和7年2月16日 13時15分—15時45分

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 問題冊子は全部で16ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆または黒色シャープペンシルを使用しなさい。
- 4 解答用紙には、必要に応じて、最終的な結果のみでなく、それに至るまでの計算過程や説明などを記載すること。
- 5 解答用紙の指定欄に受験番号を記入しなさい。また、指定欄以外に受験番号を記入してはいけません。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。また、解答中の小問の区切りが明確でなく、どの部分が各小問への解答か判別できない場合、内容が不十分として点を与えないことがあります。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 8 この問題冊子の余白は、草稿用に使用してもよいが、問題冊子は破いてはいけません。
- 9 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 10 試験終了後、問題冊子・計算用紙は持ち帰りなさい。
- 11 問題に関する質問は受け付けません。問題に不備があると考えた場合は、解答用紙にその旨を記載してください。採点の際に考慮します。

第 1 問

以下の独立した問い (問 1~問 4) に解答せよ。

問 1. 原子構造およびスペクトルについて、後の問いに答えよ。ただし、必要ならば次の定数の記号、値を解答に用いてよい。

表 1-1: 定数表

定数	記号	値
電子質量	m_e	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
クーロンの法則の比例定数	k_0	$8.99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$
電気素量	e	$1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
プランク定数	h	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$
光速	c	$3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
円周率	π	3.14

(1) 原子番号 Z の原子の原子核の周りを円運動する電子について考える。ただし、万有引力はクーロン力に比べて非常に小さいため、電子はクーロン力のみ支配されて等速円運動をすると仮定してよい。

(a) 原子核-電子間の距離を r 、電子が円運動する速度を v として、電子の動径方向の力のつり合いの式を書き下せ。

(b) 電子の運動について、次の「ド・ブロイの量子条件」が成り立つ:

$$2\pi r = \frac{nh}{m_e v} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

ここで n は電子のエネルギー準位を表す。準位が n である電子の円運動の半径 r_n を、 n, Z , およびその他定数のみを用いて表せ。

(c) 準位が n である電子の力学的エネルギー E_n を、 n, Z , およびその他定数のみを用いて表せ。

(d) 電子が準位 n から l へ遷移することを考える ($n > l$)。このとき、準位間のエネルギーの差分を、電磁波として放出する。このときの電磁波の波長を λ とすると、次の関係式が成り立つ:

$$\frac{1}{\lambda} = R_Z \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

R_Z を Z および定数のみを用いて表せ。

前問 (1) で考えた原子の構造は、ボーアの原子モデルと呼ばれるもので、1913年に発表された。このモデルは、電子のエネルギーが連続的でなく離散的になるという点において、古典力学で説明することができず、量子力学の礎となった。しかし、エネルギーが離散的な値しかとらない、という現象は、この頃既に実験や観測により示唆されていた。

1885年にバルマーが、水素原子の一部の線スペクトルの波長 λ について、次の関係が成り立つことを発見した:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, \dots)$$

ここで R は定数である。この式で表される線スペクトル群のことを、バルマー系列という。

(2) 1897年には、ピッカリングがある天体のスペクトルの中に、バルマー系列によく似たスペクトル系列を発見した。

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad (k = 2.5, 3, 3.5, 4, \dots)$$

R' の値は R とほぼ一致したものの、 k の値として半整数 ($2.5, 3.5, \dots$) も許すという点でバルマー系列と明確に異なる。このスペクトルはどのような原子から出てきているか、1行程度で簡潔に説明せよ。

問 2. ジェイムズ・ウェッブ宇宙望遠鏡 (James Webb Space Telescope; JWST) は、赤外線を用いた観測を行うために宇宙空間に打ち上げられた望遠鏡である。赤外領域の観測を行うため、主に望遠鏡自体からの放射によるノイズ (thermal noise) を防ぐことを目的として、望遠鏡を極低温に保つ必要があり、遮光板が取り付けられている。

ここでは JWST の軌道について考察しよう。JWST を太陽を周回し、かつ地球の重力の影響を無視できない軌道に投入することを考える。このような軌道ではケプラーの法則が成り立たず、JWST とともに太陽の周りを公転する回転座標系で考えると、JWST には、地球の重力、太陽の重力、遠心力の 3 種類の力がはたらく。このとき、太陽と地球を結ぶ半直線上に、これら 3 つの力が釣り合う点が 2 つある。これらをラグランジュ点という。このうち、地球軌道の内側にある方を L_1 、地球軌道の外側にある方を L_2 という (図 1-1 参照)。ラグランジュ点に位置する物体は、ラグランジュ点付近に存在しながら、地球の公転周期 T_0 で太陽の周りを公転する。

これらを踏まえた上で次の問いに答えよ。ただし、必要ならば後の定数の記号、値を解答に用いてよい。

表 1-2: 定数表

定数	記号	値
太陽質量	M_{\odot}	$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$
地球質量	M_{\oplus}	$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$
地球の軌道長半径	a	$1.50 \times 10^{11} \text{ m}$
万有引力定数	G	$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

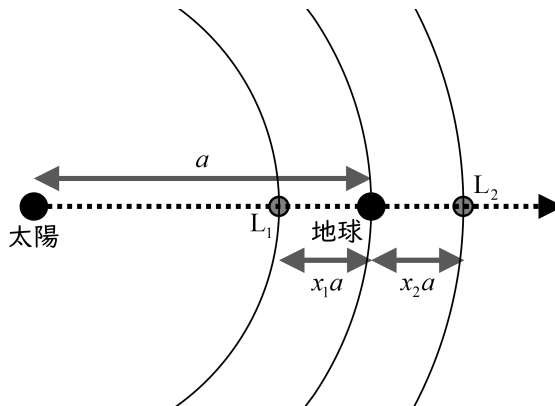


図 1-1: 地球, 太陽, L_1 , L_2 の位置関係

- (1) 地球にはたらく力のつり合いを考えることで、半径 a で等速円運動する地球の公転周期 T_0 を、 a およびその他定数を用いて表せ。
- (2) 地球から L_1, L_2 までの距離をそれぞれ、 $x_1 a, x_2 a$ とおく。JWST の質量を m とおいて、JWST が L_1, L_2 に位置しているときの、動径方向の力のつり合いの式をそれぞれ記せ。ただし、最終的な解答に T_0 は用いないこと。
- (3) (1), (2) の結果を用いて、 x_1, x_2 を求め、それぞれ適当な物理量を用いて表せ。また、 x_1, x_2 の値を有効数字 2 桁でそれぞれ求めよ。ただし、地球質量は太陽質量に比べ十分小さいことから、 $|x_1| \ll 1, |x_2| \ll 1$ としてよい。
- (4) L_1, L_2 のうちどちらかに JWST を設置すると仮定したときに、地球や太陽からの放射を最も効率的に遮断できるのはどちらか。理由とともに 1 行程度で答えよ。
- (5) 実際には JWST は L_1 もしくは L_2 に位置しているのではなく、 L_1 もしくは L_2 の周囲を周る軌道をとっている。JWST を厳密に L_1 もしくは L_2 に置くことができない理由を考察し、1 行程度で答えよ。

問 3. 星団や恒星について、後の問いに答えよ。

- (1) 恒星の大気の組成を観測的に調べる手法を、2行程度で説明せよ。
- (2) 散開星団と球状星団の違いについて、それぞれを構成する恒星の特徴やその個数、分布などに注目して、3行程度で説明せよ。
- (3) 図 1-2 は、ある星団の色-等級図である。この図を利用してこの星団が誕生してから経過した時間（年齢）を推定する方法を、2行程度で説明せよ。

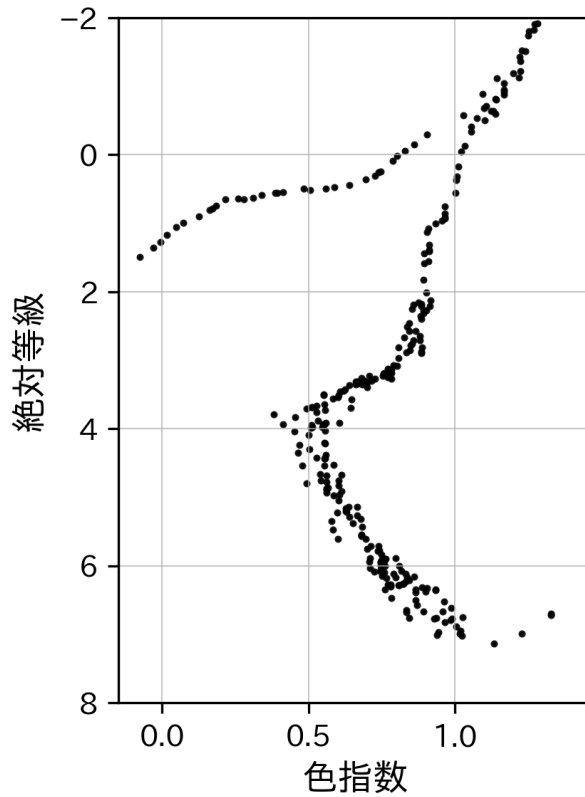


図 1-2: ある星団の色-等級図

問 4. 以下の単語について、それぞれ 2 行程度で簡単に説明せよ。

- (1) 補償光学
- (2) 星間赤化
- (3) 年周光行差
- (4) 宇宙の晴れ上がり

第2問

太陽系外の恒星の周りに存在する惑星を検出するため、様々な手法が開発されている。惑星が恒星のまわりを公転すると、恒星も惑星との共通重心の周囲をふらつくように公転する。このとき、恒星を地球から分光観測すると、視線速度が周期的に変化して見えることがある。これを検出することで系外惑星の存在を明らかにするのが、「視線速度法」である。

図2-1は、視線速度法により初めて系外惑星の存在が確認された恒星である「Peg 51」の視線速度の時間変化を表したグラフである。なお、視線速度変化の周期は $4.23 \text{ day} = 3.7 \times 10^5 \text{ s}$ であった。

以下の問題において、Peg 51 の半径、質量はともに太陽と等しいと仮定してよい。

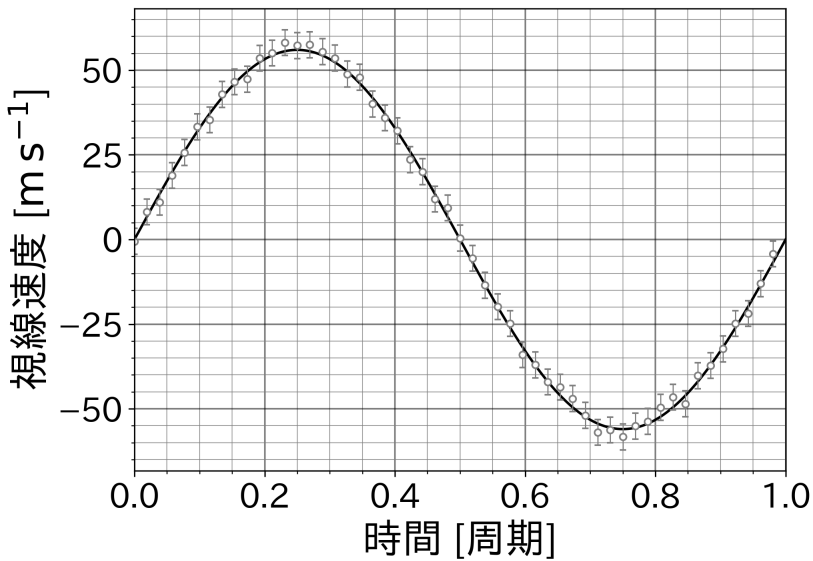


図2-1: Peg 51 の視線速度の時間変化。横軸は周期を1として規格化してある。

- (1) 恒星のふらつきについて、以下の問いに答えよ。ただし、簡単のために惑星軌道の離心率は0で、惑星の公転軌道面は視線方向に平行であるとせよ。さらに、Peg 51 の視線速度変化はすべて1つの惑星「Peg 51 b」の公転に由来するもので、それ以外の影響を考えなくてよいものとする。
- (a) 太陽系内においても、太陽と木星の共通重心は太陽中心にはないため、木星の公転に伴い太陽もふらつくように公転する。太陽の視線速度の大きさの最大値を、 m s^{-1} を単位として有効数字2桁で求めよ。ただし、木星質量は太陽質量の $1/1000$ 、木星の軌道長半径は $7.8 \times 10^8 \text{ km}$ 、木星の公転周期は $11.9 \text{ yr} = 3.7 \times 10^8 \text{ s}$ であるとする。
- (b) Peg 51 と Peg 51 b 間の距離は、太陽と木星間の距離の何倍か。また、Peg 51 b の質量は木星質量の何倍か。図2-1 から必要な値を読み取り、解答せよ。

- (2) のあさんは、Peg 51 の観測により図 2-1 の観測結果を得て、Peg 51 は惑星を持つと結論付けた。しかしながらのどか先生は、「この星の視線速度の変化は、惑星の重力によるふらつきが原因ではなく、Peg 51 が脈動変光星、すなわち星の表面が周期的に膨張・収縮を繰り返している（脈動している）ことが原因である可能性もある」と指摘した。

以下では、Peg 51 は系外惑星を持たず、脈動の影響のみで視線速度の時間変化が起きていると仮定する。また、簡単のために、星は常に球形で、その半径が時間とともに正弦波的に変化しており、その平均が太陽半径に等しいと考える。さらに、測定されている速度は、星の表面上で、観測者から見て最も速度変化が大きい点での速度と考える。

- (a) 図 2-1 において、Peg 51 の半径が最大、最小となる時間はそれぞれいつか。図 2-1 の範囲内で考えられるものを、周期を単位として、すべて答えよ。
- (b) Peg 51 の半径は、最大と最小でどれほど違うか、km 単位で求めよ。ただし、必要であれば、正弦波 $y = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}x\right)$ ($0 \leq x \leq T/2$) における正の部分の面積は $\frac{AT}{\pi}$ であることを用いてよい。
- (3) 前問 (2)(b) で求めた半径の変化の半分が星の半径を超えることは許されない。すなわち、計算された半径の変化の半分が星の半径を超えるならば、Peg 51 が脈動変光星であるという説を棄却することができる。
Peg 51 と同じ半径、質量の恒星が、Peg 51 のような視線速度の時間変化を示している状況を考える。横軸に視線速度変化の周期 (s)、縦軸に視線速度の振幅 (m s^{-1}) をとって、恒星が脈動変光星であるという仮説が棄却される領域をグラフ上に記せ。また、グラフ上における Peg 51 の位置に点をプロットすること。解答には与えられた両対数グラフ用紙を用いること。ただし、Peg 51 の半径を $7.0 \times 10^5 \text{ km}$ とする。
- (4) 星が脈動している場合、脈動に伴う明るさの変化が観測できる。Peg 51 を継続的に観測したところ、平均光度の 0.1% 以下の光度変動しか観測されなかった。この情報より、Peg 51 が脈動変光星であるという説に対し、さらに強い制限を課すことができる。簡単のため、脈動変光星はその脈動により星の表面温度が変化しないと仮定する。視線速度変化の周期と振幅から計算される星の明るさの変動が 0.1% 以上の場合に、恒星が脈動変光星であるという仮説を棄却する。仮説が棄却される領域を、前問 (3) で描いたグラフ上に重ねて図示せよ。この際、(3) で描いた領域と区別できるようにグラフ上に明示すること。
- (5) ここまでの問題 (1) ~ (4) において、問題を単純化するために様々な仮定をした。そのうちから一つ仮定を取り上げ、その仮定が満たされなかったときに (3) や (4) の結果はどのように変化するか、定性的に考察せよ。

第3問

宇宙論に関する以下の問いに答えよ。ただし、必要ならば、 $1 \text{ pc} = 3.1 \times 10^{13} \text{ km}$ 、および光速が $3.0 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}$ であることを用いてよい。

問 1. 1929 年に、ハッブルが銀河の距離と後退速度に比例関係があることを明らかにし、ハッブル・ルメートルの法則を提唱した。図 3-1 は、ハッブルが作成した、銀河の距離と後退速度の散布図を再現し、回帰直線を重ね描いた図である。

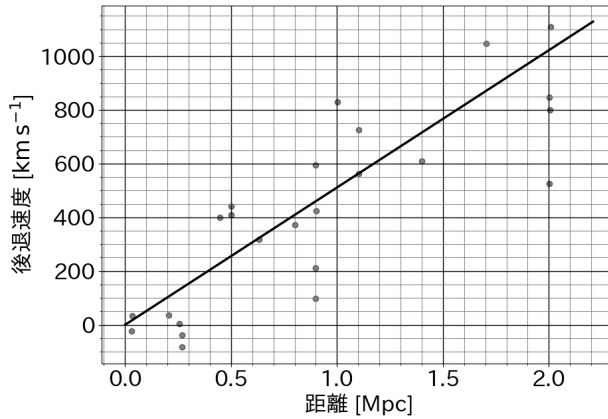


図 3-1: 銀河の距離と後退速度の散布図

- (1) ハッブル・ルメートルの法則は、宇宙が膨張しているという事実から説明される。
 - (a) 図 3-1 を読み取ることで、ハッブル定数を有効数字 1 桁で求めよ。
 - (b) 適切な仮定をおくことで、前問 (a) で求めたハッブル定数の値から宇宙年齢を概算し、年を単位として、有効数字 1 桁で答えよ。解答には、使っている仮定を明記すること。

ハッブル・ルメートルの法則を説明する考え方として、「疲れた光仮説」というものがある。これは、光が宇宙空間を伝播している間に何らかの原因でエネルギーを失うというものである。より具体的には、光が宇宙空間を距離 r 進んだ際のエネルギー量を $E(r)$ とすると、

$$E(r) = E(0)e^{-kr}$$

が成り立つ、というものである。ただし、ここで $k > 0$ は定数である。また、疲れた光仮説のもとでは膨張宇宙を考えないため、距離に対する宇宙論的效果は考えない。

- (2) 宇宙が膨張していなくとも疲れた光仮説によってハッブル・ルメートルの法則が説明できることを確認し、(1)(a) で求めたハッブル定数を満たすための定数 k の値を決定せよ。ただし、ハッブル・ルメートルの法則が成り立つ近傍の宇宙について考えるため、 $|z| \ll 1$ とせよ。また、必要ならば $|x| \ll 1$ について成り立つ近似式 $\log_e(1+x) \simeq x$ を用いてもよい。

問 2. 膨張宇宙説と疲れた光仮説のどちらが正しいかを観測的に検証するため、銀河の面輝度 (観測者が、単位面積、単位時間、単位立体角あたりに受け取るエネルギー量) の z 依存性を調べる (これをトールマンの表面輝度テストという)。なお、本問において、 z は赤方偏移を表す。ここでは、 z は小さいと仮定してよい。また、簡単のため、星間減光の影響はないものとする。

(1) まず、疲れた光仮説について考える。

(a) 宇宙膨張しておらず、光子の疲れもなければ、面輝度は天体までの距離に依存しないことを示せ。ただし、宇宙の曲率はゼロであると仮定せよ。

(b) 疲れた光仮説のもとでは、面輝度は $1+z$ に反比例することを示せ。

(2) 次に、膨張宇宙説について考える。ある光度 L 、距離 D の銀河を考える。この銀河から時刻 t_1 、 $t_1 + \Delta t_1$ に放射された光が、観測者にそれぞれ t_0 、 $t_0 + \Delta t_0$ に到着したとする。このとき、

$$\frac{\Delta t_0}{\Delta t_1} = 1 + z$$

が成り立つ。

(a) 観測されるエネルギーフラックスが

$$f = \frac{L}{4\pi D^2(1+z)^2}$$

となることを示せ。

(b) この銀河の直径 l を見込む角度 θ は、

$$\theta = \frac{l}{D}(1+z)$$

となる。このことを用いて、膨張宇宙では面輝度が $(1+z)^4$ に反比例することを示せ。

(3) $z \simeq 0$ の銀河の面輝度は 19.0 等級/平方秒角、 $z \simeq 0.4$ の銀河の面輝度は 20.5 等級/平方秒角であった。これらの銀河の光度は同じであると仮定することで、膨張宇宙説と疲れた光仮説のどちらを支持するか議論せよ。

第 4 問

現在の宇宙において、ほぼすべての銀河の中心部には $10^6 M_{\odot}$ を超えるような質量を持つ超大質量ブラックホール (supermassive black hole: SMBH) が存在していると考えられている。ブラックホールに関する以下の問題に解答せよ。ただし、必要ならば次の定数の記号、値を解答に用いてよい。

表 4-1: 定数表

定数	記号	値
円周率	π	3.14
万有引力定数	G	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
光速	c	$3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
陽子質量	m_p	$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
電子に対するトムソン散乱断面積	σ_T	$6.65 \times 10^{-29} \text{ m}^2$
天文単位	au	$1.50 \times 10^{11} \text{ m}$
太陽質量	M_{\odot}	$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$
太陽光度	L_{\odot}	$3.83 \times 10^{26} \text{ W}$

問 1. 一部の恒星の進化の最終段階に、数～数十 M_{\odot} 程度の質量を持つブラックホールが形成されると考えられている。ブラックホールを形成可能な恒星の質量、および主系列星として誕生してからブラックホールが形成されるまでの恒星の進化過程について、7-8 行程度で概説せよ。

問 2. 銀河系中心部には電波源いて座 A*が存在し、その正体は SMBH であると考えられている。いて座 A*のごく近傍には恒星 S2 が位置しており、S2 はいて座 A*を一焦点とする楕円軌道上を公転している。観測より、S2 の公転周期は 16 年、軌道長半径は $1 \times 10^3 \text{ au}$ 、離心率は 0.88 であることが判明している。ブラックホール質量 (M_{BH}) を M_{\odot} を単位として有効数字 1 桁で求めよ。ただし、ここでは相対論的効果を無視してよい。

問 3. 系外銀河の SMBH の中には、降着する物質の重力エネルギーが放出されることで明るく輝く場合がある。この過程により、銀河中心部の非常に狭い領域から、さまざまな波長帯で強い電磁波を放射する天体のことを活動銀河核 (active galactic nuclei: AGN) と呼ぶ。問 2 のように、近接する恒星やガスの運動を直接観測して M_{BH} を推定できるのは、現在の観測技術では銀河系や近傍の系外銀河に限られている。しかし、AGN の観測を行うと、遠方の系外銀河の中心部にある SMBH の M_{BH} も推定することが可能である。

- (1) AGN において, SMBH の周囲には電離したガスが拡がった領域が存在している。この領域のガスは SMBH の重力に束縛され高速で運動を行っている。そのため, AGN の分光観測を行うと, この領域から放射される輝線が, ドップラー効果により幅の広い輝線として観測されることがある。このような幅の広い輝線で観測される領域のことを, 広輝線領域 (broad line region: BLR) と呼ぶ。

ある AGN を複数回観測し, 光度のモニタリングを継続したところ, AGN の中心部から放射される連続光成分が光度変動を示した。BLR からの幅の広い輝線の光度は, 連続光成分の光度変動に遅れる形で, 光度変動を示した。

- (a) 光度変動の遅れの解析より, この AGN において中心部から BLR までの距離 (d_{BLR}) を光が横断する時間スケールは約 50 日であると判明した。この解析結果より, d_{BLR} を m を単位として有効数字 1 桁で求めよ。
- (b) 分光データより, この AGN の BLR の運動速度 (v) は $v = 2 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$ であることが判明した。BLR の運動が, SMBH の重力に束縛されており, ケプラー運動に従うと考えるとき, SMBH の質量を M_{\odot} を単位として有効数字 1 桁で推定せよ。
- (2) (1) のような手法は, 同一の AGN を長期間にわたって複数回分光観測し続ける必要があり, 非常に観測コストが高い手法である。この手法で様々な AGN を観測したところ, d_{BLR} と連続光成分の光度 L_{cont} の間には強い正の相関関係があることが判明した。この関係を用いて, AGN を 1 回分光観測した結果から, M_{BH} を

$$\log_{10} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{M_{\odot}} \right) = \alpha \log_{10} \left(\frac{L_{\text{cont}}}{L_{\odot}} \right) + \beta \log_{10} \left(\frac{v}{\text{km s}^{-1}} \right) + \gamma$$

といった関係式を用いて推定する, 比較的低コストな M_{BH} 推定手法が開発された。ただし, α, β, γ はそれぞれ定数である。

- (a) L_{cont} が d_{BLR} の 2 乗に比例するとき, α, β の値を求めよ。ただし, 問 3(1)(b) と同様に, BLR は SMBH の重力に束縛されており, ケプラー運動に従うと考える。
- (b) $M_{\text{BH}} = 4.0 \times 10^8 M_{\odot}$ の SMBH を持つ AGN において, $v = 3.1 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$, $L_{\text{cont}} = 7.8 \times 10^{11} L_{\odot}$ であった。この観測例を用いて, γ の値を有効数字 2 桁で求めよ。ただし, α, β は問 3(2)(a) で求めた値を用いるものとする。
- (c) ある AGN を観測したところ, $v = 1.3 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$, $L_{\text{cont}} = 8.3 \times 10^{10} L_{\odot}$ であった。問 3(2)(a), (b) で求めた α, β, γ を用いて, この AGN の M_{BH} を M_{\odot} を単位として有効数字 1 桁で推定せよ。

問 4. 近年の観測より、誕生してから数億年の宇宙にも SMBH が存在することが判明している。こうした SMBH が短期間のうちにどのように形成されたのか、ここでは簡単なモデルを使って考察しよう。

- (1) 天体に物質が降着する状況を考える。降着する物質には、天体から放射される光による放射圧を受けて、外向きの力が加わる。天体からの放射が強くなりすぎると、放射圧が天体からの重力を上回り、降着できなくなってしまう。このため、天体の光度には降着を維持するための上限値が存在する。このように、放射による力と重力のつり合いで決まる光度上限をエディントン光度と呼ぶ。エディントン光度の導出について述べた以下の文章中の空欄 **ア** から **オ** にあてはまる式を解答せよ。ただし **エ** は \leq, \geq のどちらかから選ぶこと。

質量 M の天体に、等方的に物質が降着する状況を考える。この天体は、光度 L で等方的な放射をしているものとする。このとき、この天体から距離 r の位置にある陽子-電子のペアにはたらく力のつりあいを考えることで、エディントン光度 L_{Edd} を導出する。

距離 r における放射エネルギーフラックス F は、光度 L のエネルギーが半径 r の球面に分散すると考えられるため、 $F = \mathbf{ア}$ となる。放射圧、すなわち放射を受けた物質にかかる圧力 P は、フラックス F および光速 c を用いて $P = F/c$ とかける。また、電子にかかる放射圧は陽子にかかる放射圧に比べ十分大きいため、1つの陽子-電子ペアにはたらく放射による外向きの力の大きさ F_{rad} は、電子に対するトムソン散乱断面積 σ_{T} を用いて、 $F_{\text{rad}} = \sigma_{\text{T}}P$ とかける。よって、 F_{rad} は L, r を用いて、 $F_{\text{rad}} = \mathbf{イ}$ とかける。

一方で、陽子の質量は電子の質量に比べて十分大きいため、1つの陽子-電子ペアにはたらく内向きの重力の大きさ F_{grav} は、距離 r 隔てた質量 m_{p} の陽子と質量 M の天体間の重力の大きさを考えればよく、 $F_{\text{grav}} = \mathbf{ウ}$ となる。

降着が維持されるためには、 $F_{\text{rad}} \mathbf{エ} F_{\text{grav}}$ という不等式が成り立つ必要がある。この不等式より、降着を維持するための光度の上限値 L_{Edd} (エディントン限界) は M を用いて $L_{\text{Edd}} = \mathbf{オ}$ と書ける。

- (2) AGN においては、単位時間あたりに降着してきた物質の質量 ΔM のうち η の割合、すなわち $\eta\Delta M$ の質量が放射エネルギーに変換され、光度 L の電磁波での放射で解放されている。質量 M_{BH} の SMBH をもち、エディントン光度で輝いている AGN を考えるとき、この SMBH に単位時間あたりに降着してきた物質の質量 ΔM_{Edd} を、 η, M_{BH} を用いて表せ。また、 $M_{\text{BH}} = 1 \times 10^8 M_{\odot}$ 、 $\eta = 0.1$ のとき、 ΔM_{Edd} を $M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ を単位として、有効数字 1 桁で計算せよ。

- (3) エディントン限界で降着するブラックホールは、(2) で導出した ΔM_{Edd} のうち、エネルギーに変換されずに降着する分の質量を獲得することとなる。すなわち、 $(1 - \eta) \Delta M_{\text{Edd}}$ が、 M_{BH} の時間 t での微分に対応しており、

$$\frac{dM_{\text{BH}}}{dt} = (1 - \eta) \Delta M_{\text{Edd}}$$

である。この微分方程式を解いて、 M_{BH} を t の関数として求めよ。ただし、 $t = 0$ における M_{BH} の値を M_0 とする。また、 η は時間に依らず 0.1 で一定とするとき、 $M_{\text{BH}} = 10M_0$ となる時間 t_{10} を yr を単位として有効数字 1 桁で求めよ。

- (4) 近年の観測より、赤方偏移 $z = 9$ において $M_{\text{BH}} = 1 \times 10^8 M_{\odot}$ もの質量を持つ SMBH が発見されている。このような SMBH がエディントン限界で成長してきたと仮定するときの、 $z = 30$ での M_{BH} を求めよ。ただし、赤方偏移 z と宇宙年齢との対応については以下の図 4-1 を参照すること。また、この値は問 1 で考えたような恒星進化の過程で形成されるブラックホールの質量と比較して大きいかどうか、1 行程度で述べよ。

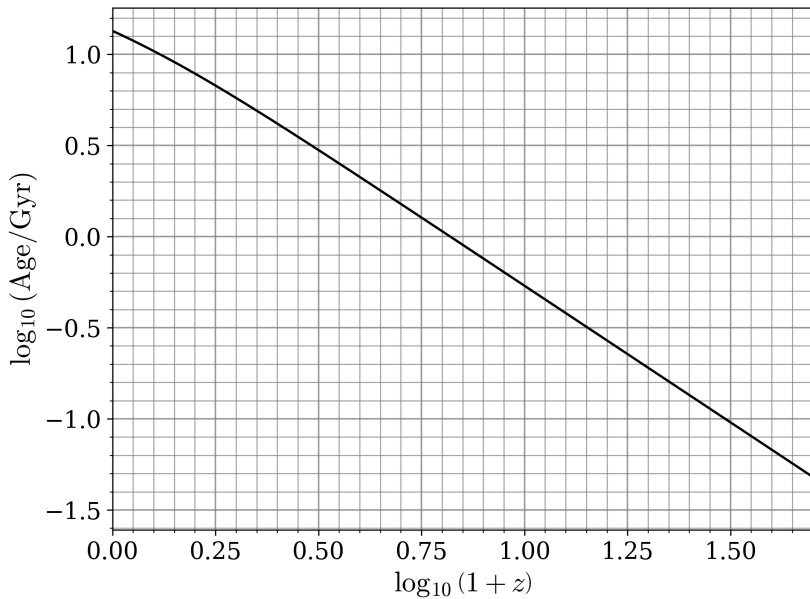


図 4-1: 赤方偏移 z と宇宙年齢の対応関係。横軸は $\log_{10}(1+z)$ となっていることに注意すること。

